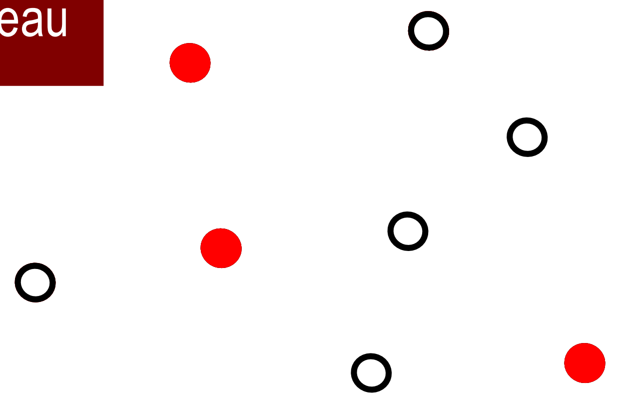
Arbres de connexion pour des groupes dynamiques dans un graphe

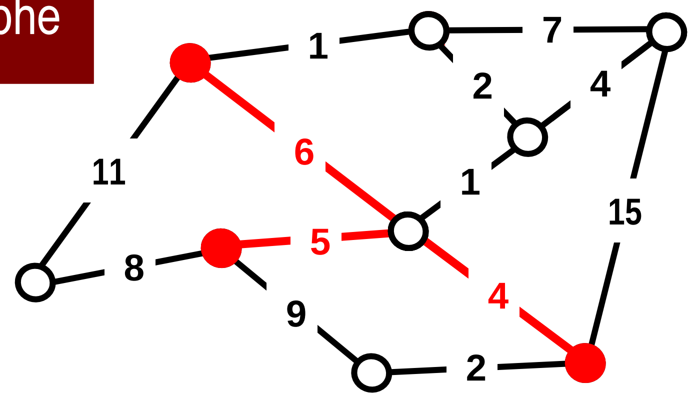
Nicolas Thibault et Christian Laforest, Équipe OPAL

Laboratoire IBISC (regroupement LaMI et LSC) Évry

Un réseau



Un graphe



$T_0 \subseteq T_1 \subseteq T_2 \supseteq T_3 \subseteq T_4$

Objectif : Une structure de communication pour les membres du groupe dynamique

- Une structure simple à utiliser → Un arbre (routage et diffusion simple)
- Mise à jour → Emboîtement des arbres successifs
  - rapide
  - minimisant les perturbations
- Qualité de service en terme de délais → Minimisation du diamètre et de la distance moyenne

Modèle sans reconstruction

Contraintes et objectif

- Contrainte *arbre*
- Contrainte *emboîtement*

$\longrightarrow$ Objectif : minimiser le diamètre et la distance moyenne

Évaluation d'un algorithme

Un algorithme est :

- c_d – compétitif pour le diamètre si : $\forall\, i,\ D_{T_i}(M_i) \leq c_d \cdot D_{T_i^*}(M_i)$
- c_m – compétitif pour la distance moyenne si : $\forall\, i,\ C_{T_i}(M_i) \leq c_m \cdot C_{T_i^*}(M_i)$

Résultats obtenus : cas des ajouts

L'algorithme médian-ajout

L'algorithme médian-ajout construit un arbre de plus courts chemins enraciné en un médian r_0 du groupe de départ M_0

$\rightarrow$ 2 – compétitif pour le diamètre
$\rightarrow$ O(i) – compétitif pour la distance moyenne

Borne inférieure sur le rapport de compétitivité

Tout algorithme est O(i) – compétitif pour la distance moyenne

$\rightarrow$ Relâcher la contrainte *emboîtement*

Modèle avec reconstructions

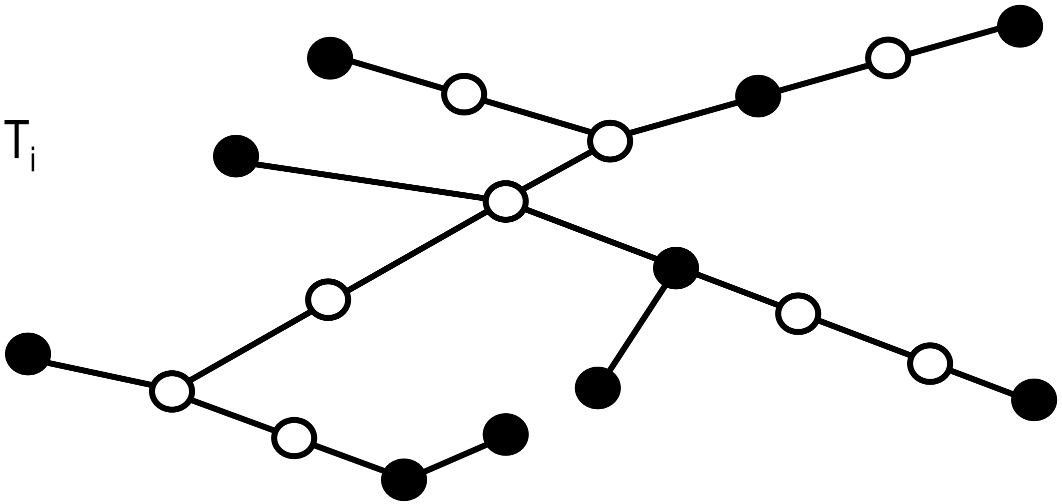
Modèle avec reconstructions

- Contrainte *arbre*
- Contrainte *qualité* : $\forall\, i,\ C_{T_i}(M_i) \leq c_d \cdot C_{T_i{}^*d}(M_i)$ (c_m une constante)

  $\forall\, i,\ D_{T_i}(M_i) \leq c_m \cdot D_{T_i{}^*m}(M_i)$ (c_d une constante)

$\longrightarrow$ Objectif : minimiser le nombre d'étapes critiques (les perturbations)

l'arbre T_i



Résultats obtenus : cas des ajouts

L'algorithme médian-reconstruction

- Reconstruit totalement l'arbre à chaque fois que la taille du groupe double.
- Sinon, un membre est connecté par un plus court chemin au médian du groupe de la dernière reconstruction

Qualité de l'arbre construit

Médian-reconstruction respecte la contrainte qualité avec $c_d = 2$ et $c_m = 12$

Évaluation

Médian-reconstruction implique $O(\log i)$ étapes critiques

Limites du modèle avec reconstructions

Question

Est-ce que $O(\log i)$ étapes critiques est un bon résultat ?

Réponse

Pour toute constante de qualité c_m, il existe un graphe et une séquence d'ajouts tels que tout algorithme implique $\Omega(\log i)$ étapes critiques

Synthèse

Objectifs (rappel)

- Une structure simple à utiliser → Un arbre
- Mise à jour → O(log i) étapes critiques
  - rapide
  - minimisant les perturbations
- Qualité de service en terme de délais → c_d = 2 pour le diamètre, c_m = 12 pour la distance moyenne

Avantages de notre méthode

- Garanties simultanées sur la distance maximum et moyenne
- Simple à mettre en œuvre (gestion des reconstructions par compteur)

Autres résultats

Diamètre	Sans recons. (compétitivité)	Avec recons. (étapes critiques)
ajouts	2	0
retraits	$\Omega(i)$	$\Theta(\log i)$
ajouts et retraits	$\Omega(i)$	$\Theta(i)$

Dist. moyenne	Sans recons. (compétitivité)	Avec recons. (étapes critiques)
ajouts	$\Theta(i)$	$\Theta(\log i)$
retraits	$\Omega(i)$	$\Omega(\log i)$ et $O(i)$
ajouts et retraits	$\Omega(i)$	$\Theta(i)$

Perspectives

- résultats analytiques en moyenne
- gérer de manière plus fine les reconstructions (en partie résolu)
- Minimiser le poids de l'arbre
- Relâcher la contrainte arbre
- Raffiner la modélisation du réseau :
    - graphe dynamique
    - prise en compte du trafic…

Questions ?