les réseaux Internet:

de nouveaux challenges pour les optimiseurs

Eric Gourdin, Adam Ouorou,
France Telecom division R&D

JFRO, 23 juin 2006

Sommaire

0

Introduction

- Les télécoms: un environnement en constante évolution
- La R&D de France Télécom
- Un réseau fédérateur: l'Internet
- Les anciens et les nouveaux problèmes

1 2 3 4

- Quelques « nouveaux » problèmes dans les réseaux Internet

France Télécom

Quelques chiffres:

- Chiffre d'affaires: 49 milliards d'euros
- Effectifs: 200 000 personnes

Quelques dates:

- 1997: ouverture du capital de France Télécom SA
- 1er janvier 1998: ouverture à la concurrence
- Mars 2000 à 2002: éclatement de la "bulle Internet"
- Septembre 2004: France Télécom devient une entreprise privé
- 1er juin 2006: lancement de la marque unique Orange

France Télécom division R&D (ex-CNET)

<u>Quelques chiffres</u>:

- 4 200 chercheurs, techniciens et ingénieurs (dont 250 doctorants et post-doctorants)
- 17 implantations dans le monde
- 1.5 % des investissements consacrés à la R&D

La RO à France Télécom

- Un pôle de recherche: OptimOR
- Env. 30 personnes (dont 12 doctorants)
- Domaines: optimisation des réseaux fixes (cœur et collecte, transport IP, Ethernet, transmission SDH, Optique, WDM,…), mobiles et radio (GPRS, UMTS, Wifi, WiMax,…)

les problèmes "classiques"

le problème de multiflot (multicommodity flow problem)

- routage des demandes dans le réseau
- conservation de flot + contraintes de capacités
- en général, routage "continu" = plusieurs chemins par demande
- nombreux cas de "sécurisation" (route de backup en cas de panne)

le problème de synthèse de réseau (network design)

- conception d'un réseau à cout minimal (ajout de capacités)
- contient le multiflot en sous-problème

le problème de localisation (location problem)

- localisation d'équipement pour raccorder des clients

Cinq ruptures technologiques majeures qui permettent la révolution de l'opérateur intégré : 14 domaines d'expertise

② *Le Haut Débit partout*

Image

XDSL

Gigathernet

③ *La mobilité partout*

Wifi, Wimax, Bluetooth

Electromagnetisme

① *Réseau IP*

IPv6

Security

GigaEthernet

④ *Terminaux multi-accès innovants*

Terminaux

Passerelles domestiques

Technologies du son

⑤ *Des plates-formes informatiques sur réseaux ouverts*

Web services et Intermediation

Commerce électronique

Messagerie instantanée

Connaissance du client

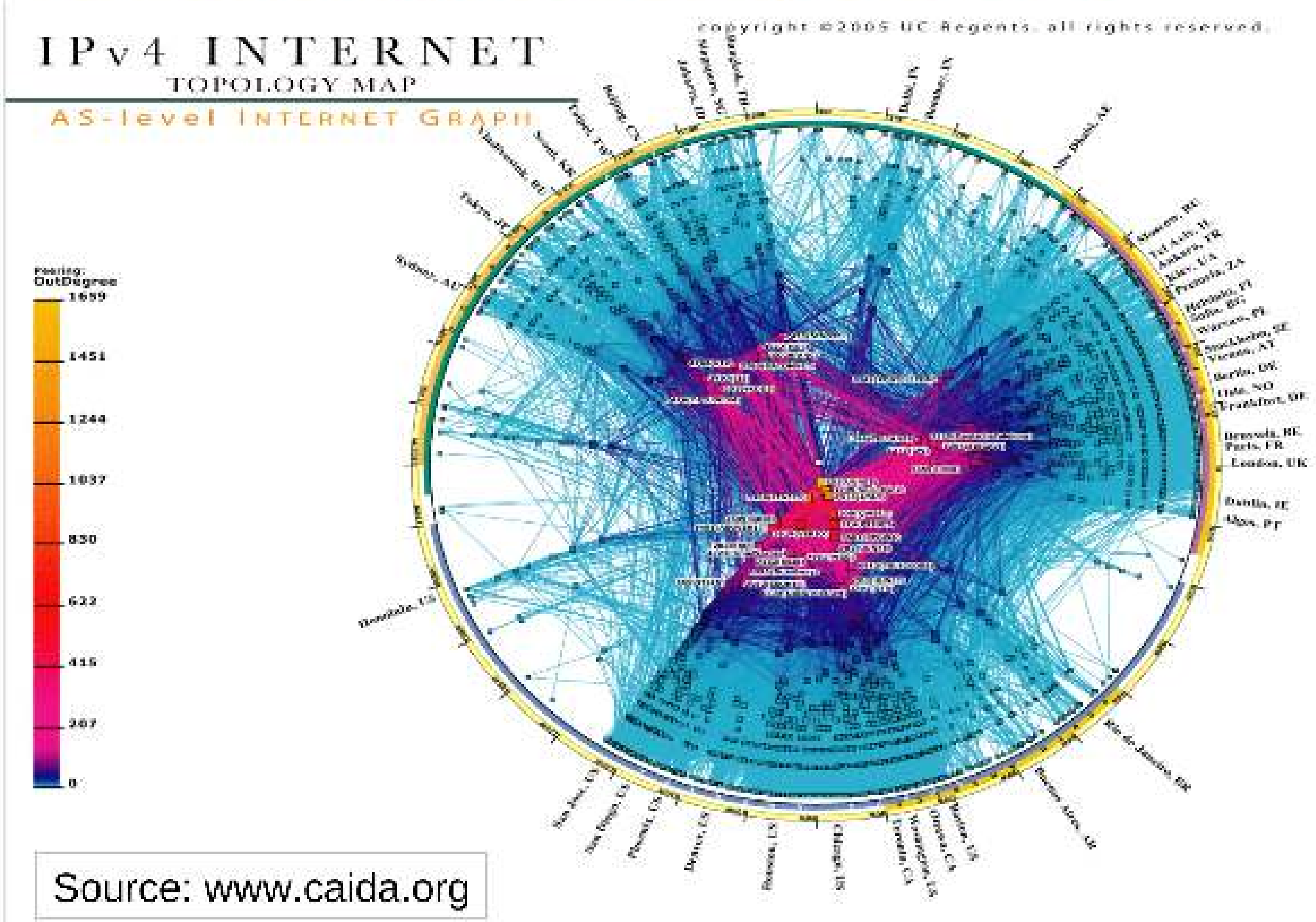
l'Internet, qu'est-ce-que c'est ?

- Un protocole très simple (IP) permettant l'interconnexion de réseaux
- A la base, une seule exigence: la connexité ! (1969)
- Un succès considérable avec l'apparition du Web (1991)
- L'Internet s'est imposé comme le réseau incontournable pour les communications du futur

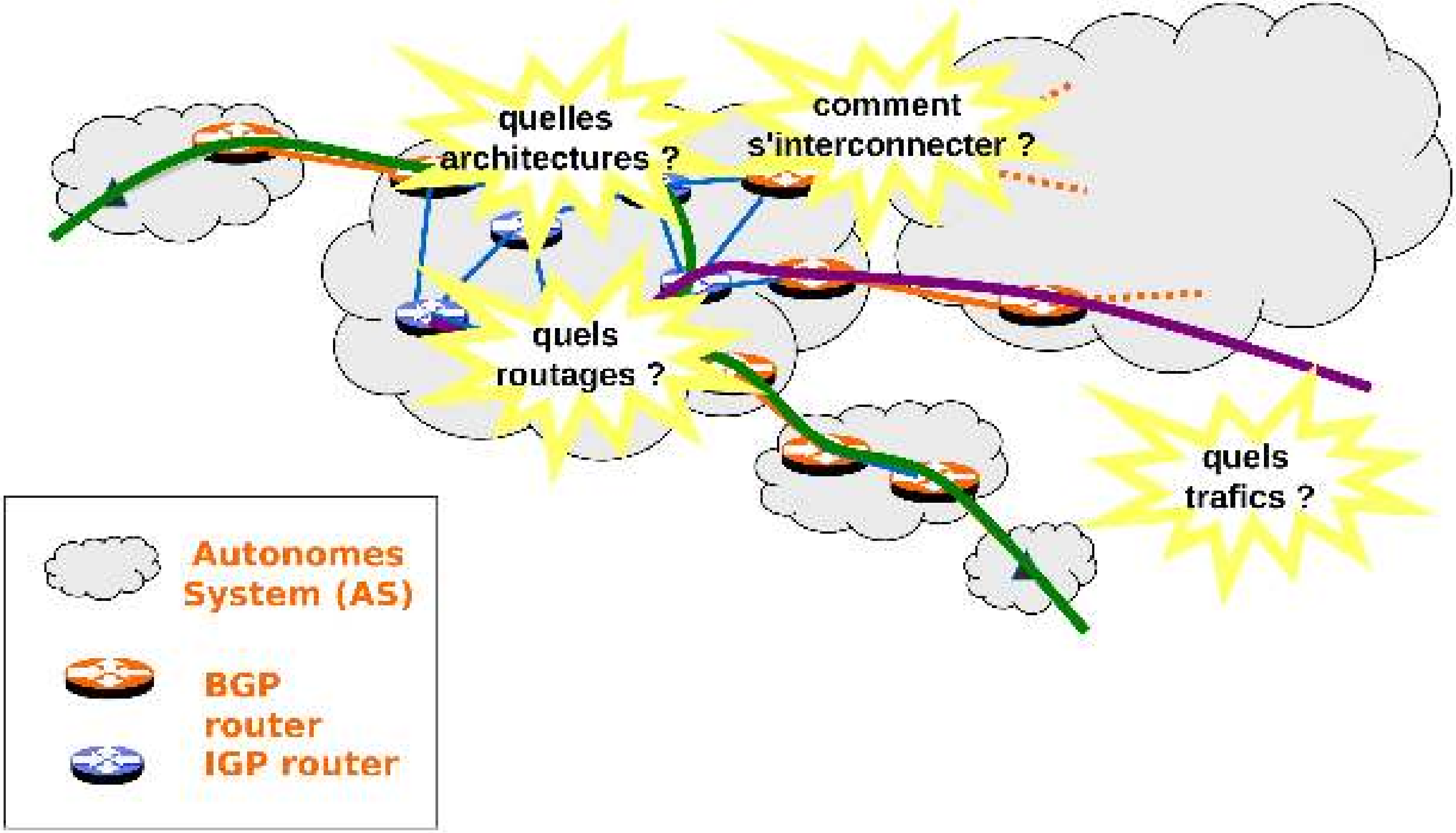
<u>CONSEQUENCES:</u>

- Protocole initial pas adapté pour le traitement d'applications temps-réels, pour la QoS,…
- Mauvaise maitrise des flux de trafic
- Fortes variations et incertitudes sur le trafic

l'Internet, qu'est-ce-que c'est ?



l'Internet: beaucoup de questions



les "nouveaux" problèmes

le problème de multiflot (multicommodity flow problem)

- avec contraintes de delais, de QoS,…
- avec contrainte de routage IGP (plus-court-chemin)
- avec demandes multicast

le problème de synthèse de réseau (network design)

- avec incertitude sur la demande
- avec prise en compte de la couche transport (optique)

le problème de localisation (location problem)

- avec trajectoire (multi-période)

1

Les problème de routage

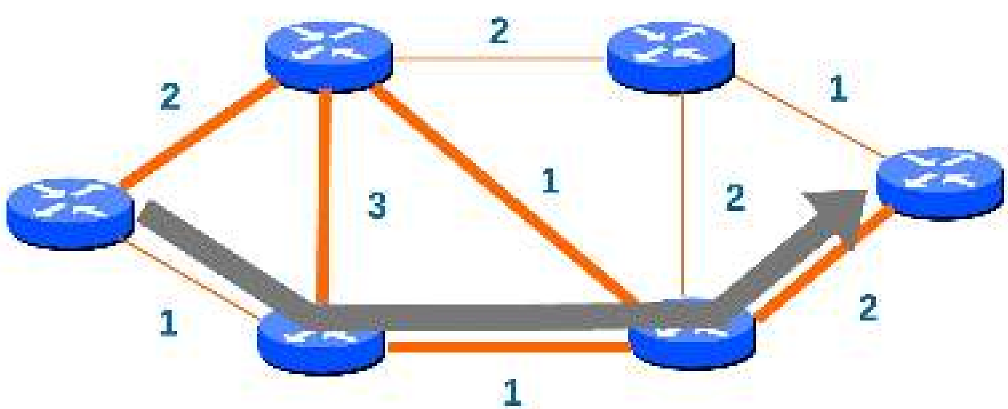
Collaboration avec W. Ben Ameur, O. Klopfenstein

Les problème de routage

Routage "classique" dans l'Internet base sur la notion de plus-court-chemin (RIP, OSPF, IS-IS)

Principes:

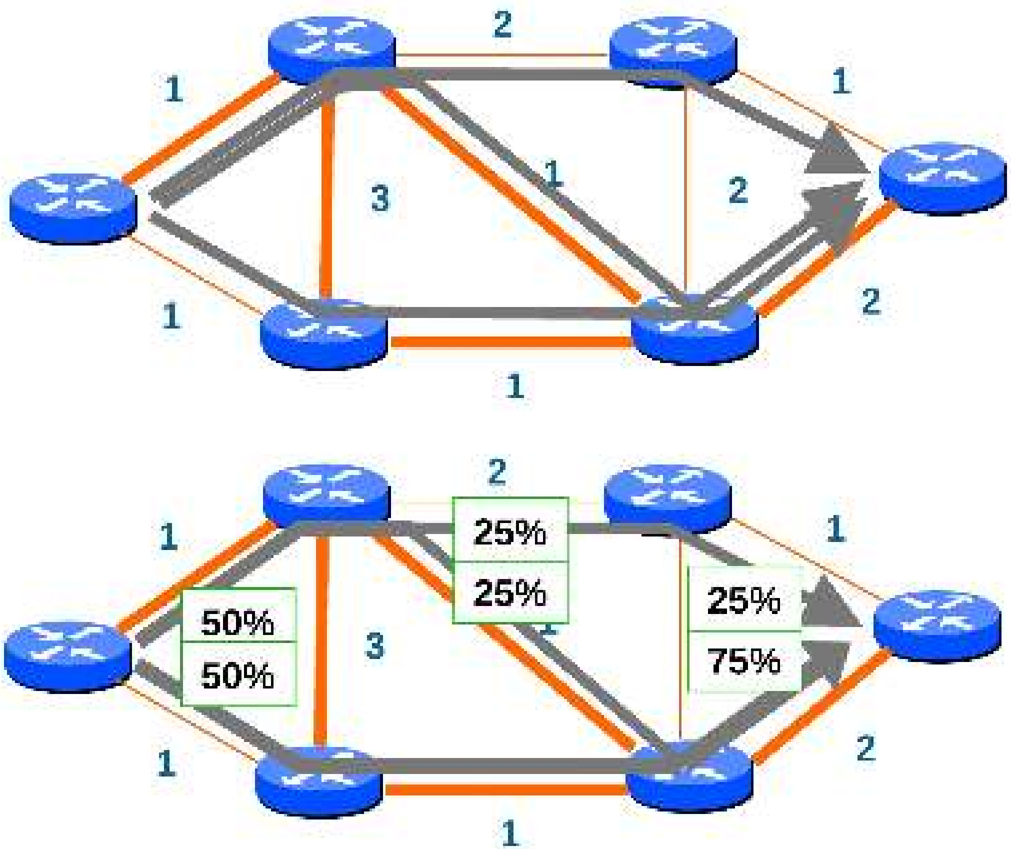
- L'administrateur réseau affecte des poids aux liens
- Les routeurs calculent un plus-court-chemin pour chaque destination
- Le trafic est écoulé sur ce plus-court-chemin



Les problème de routage

Nombreuses variantes:

- plus-court-chemins multiples: protocole ECMP



Les problème de routage

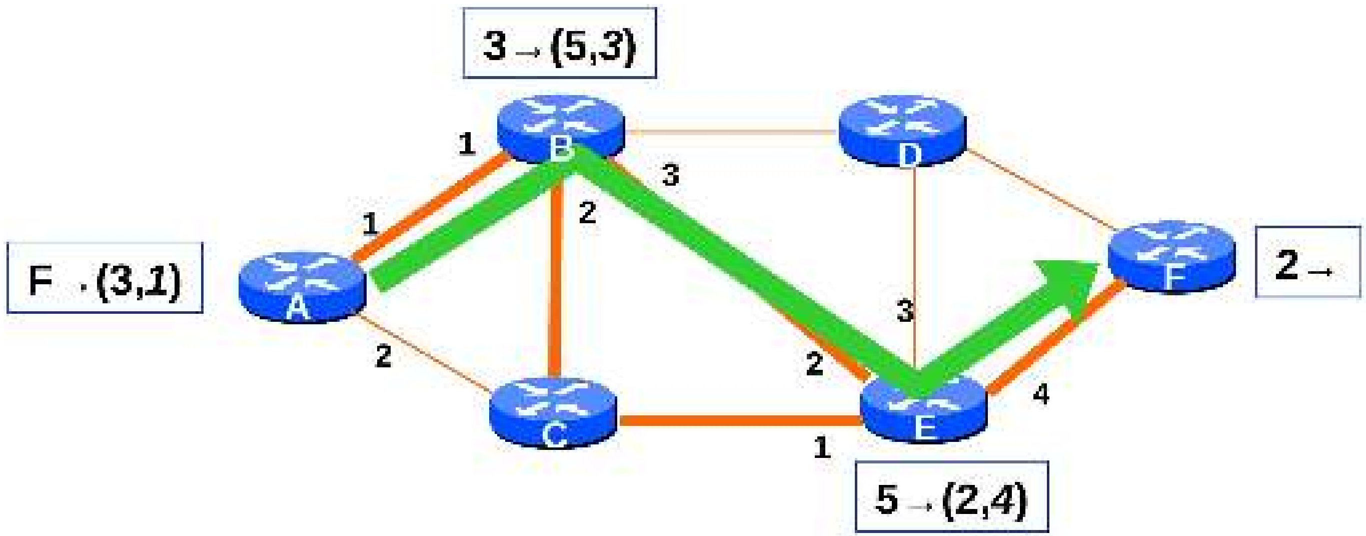
MPLS (Multi-Protocol Label Switching):

Permet de router "librement" les demandes

Principes:

L'administrateur réseau défini un chemin par demande

LSP = Label Switched Path

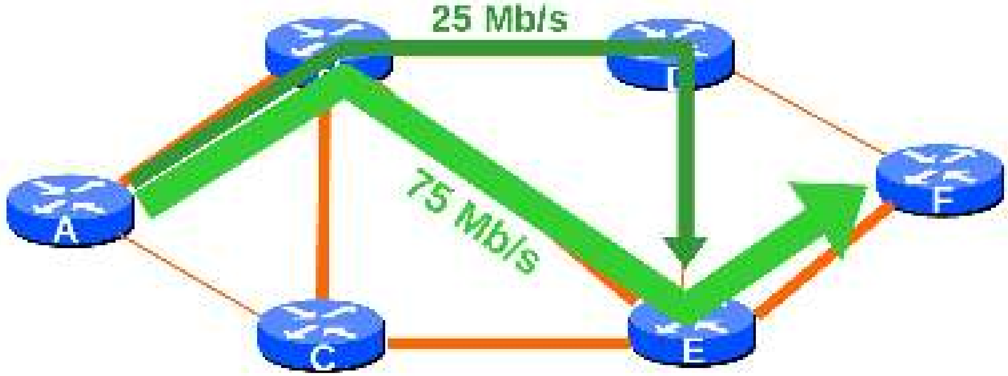


Les problème de routage

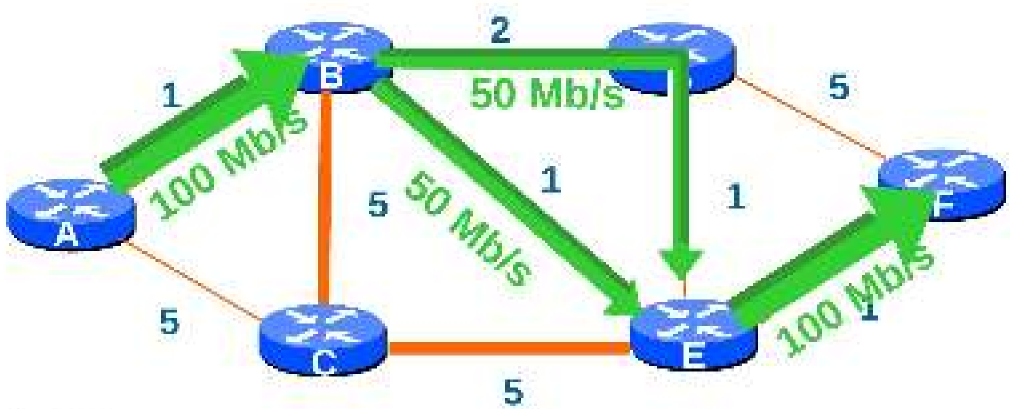
MPLS (Multi-Protocol Label Switching):

→ Plus de souplesse que plus-court-chemins

MPLS

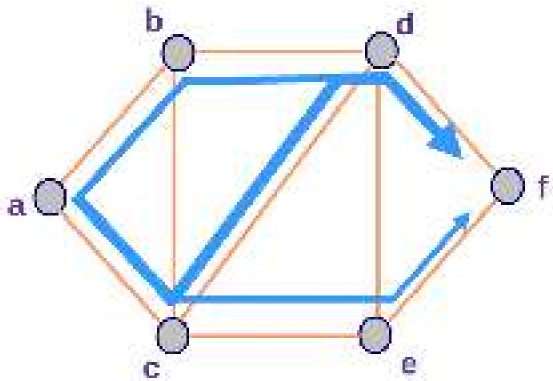


IGP:
plus-court
chemins

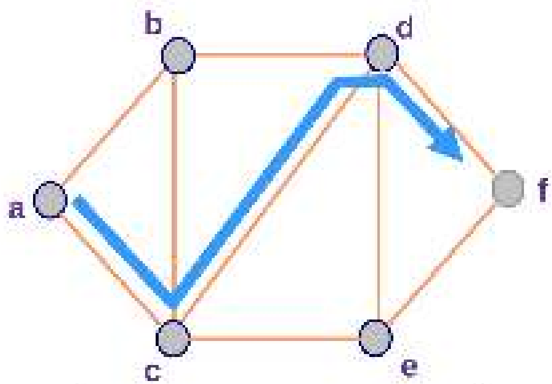


Les problème de routage

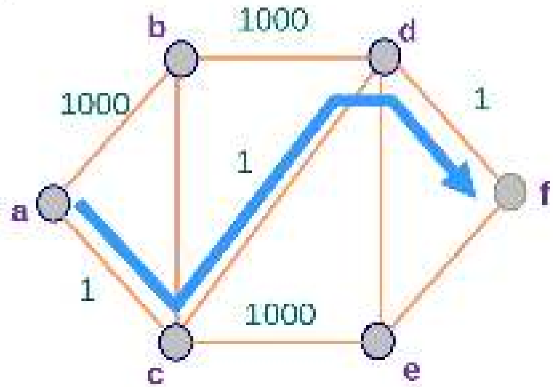
Nombreuses stratégies de routage !!!



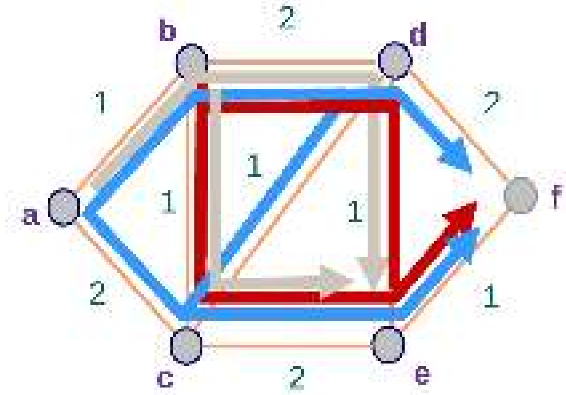
Chemins multiples



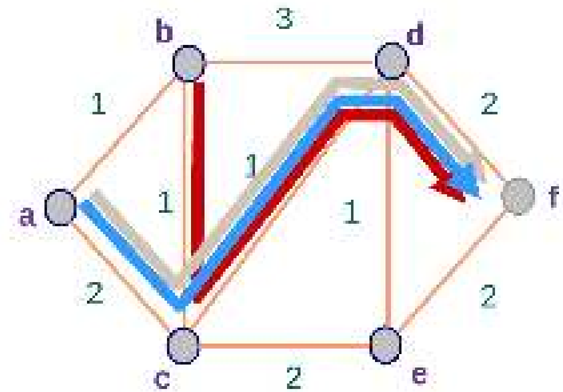
Chemins uniques



Plus-court chemins



Plus-court chemins multiples



Plus-court chemins uniques

Les problème de routage

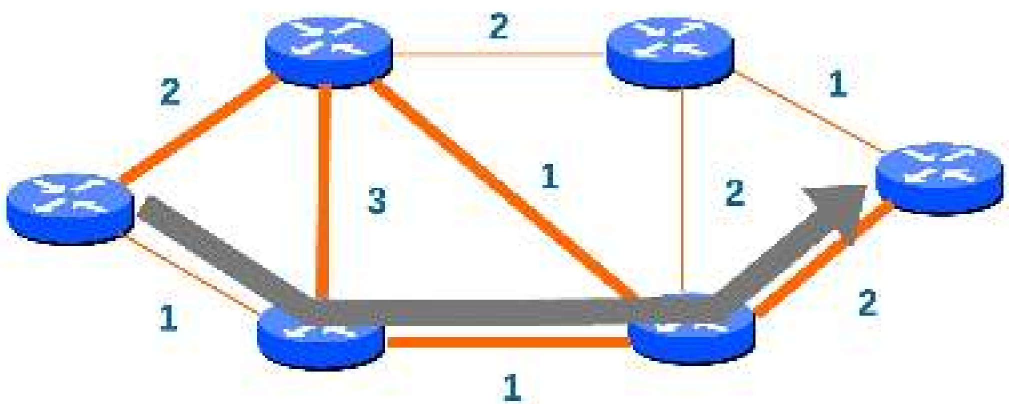
Contraintes du modèle:

- routage d'une demande sur un unique chemin

→ variable de routage {0,1}: multiflot entier

- existence d'une métrique

→ problème inverse



Les problème de routage

Différents problèmes imbriqués:

P1 : Avec quelle métrique réaliser un plan de routage donné ?

P2: Dans un réseau IP donné, comment router les demandes de manière à utiliser "au mieux" les ressources ?

P3: Comment concevoir un réseau IP à cout minimum sachant que les demandes seront routées sur des pcc ?

Les problème de routage

Quelques notations:

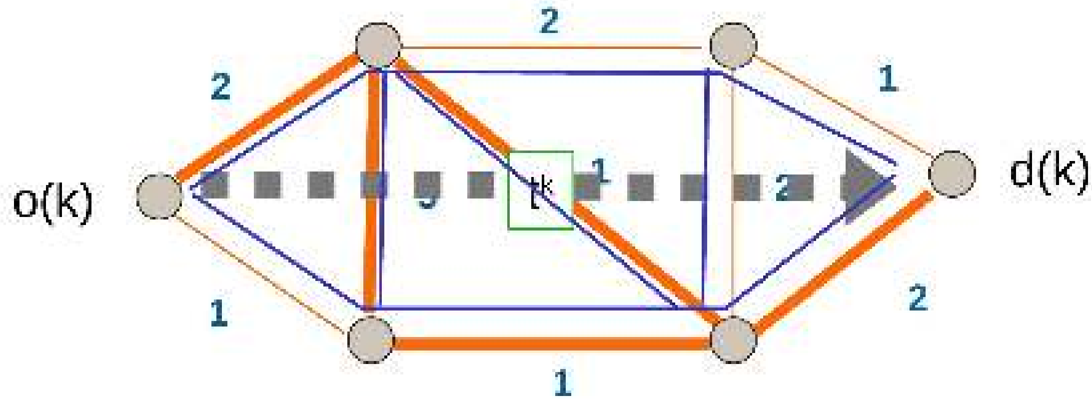
Graphe orienté G = (V,A) ou non- orienté G = (V,E)

Métrique ou poids sur les arcs a = (i,j): $w_a = w_{ij}$

Ensemble de demandes K

Une demande $k \in K$ = triplet $(o(k),d(k),t^k)$

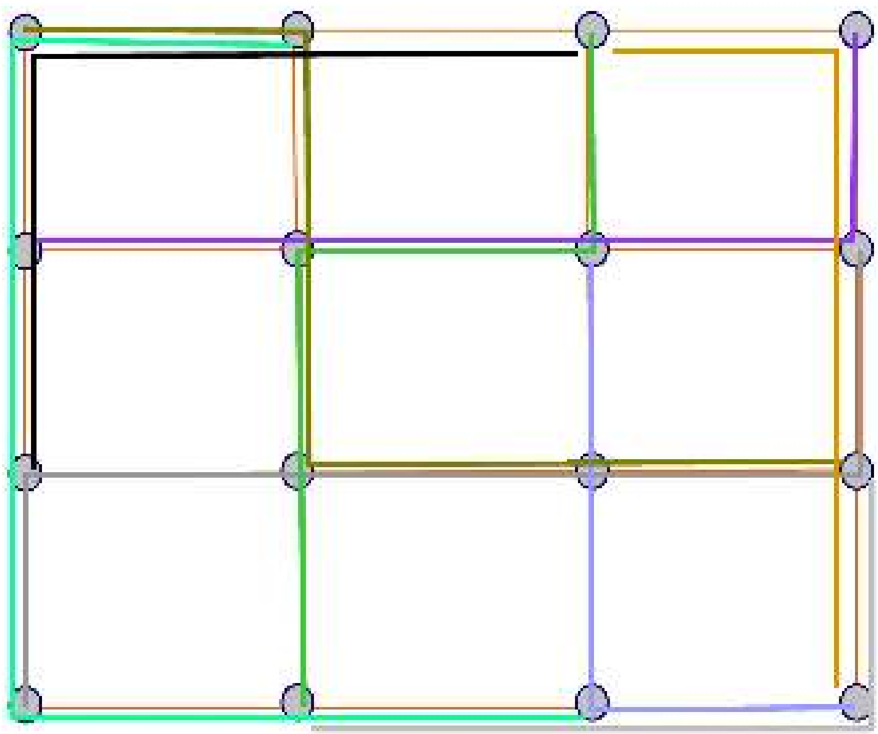
Ensemble des chemins simples entre o(k) et d(k): P^k



Les problème de routage

P1 : Avec quelle métrique réaliser un plan de routage donné ?

→ **Le problème d'inférence de métrique IGP**



→ existe-t-il une metrique IGP telle que chaque chemin soit un unique plus-court-chemin ?

Les problème de routage

P1 : le problème d'inférence de métrique IGP

2 modèles pour le problème P1:

P1.1

$$
\begin{array}{lll}
\text{find} & (w_a)_{a\in A} & \\
\text{s.t.} & \sum_{a\in p^k} w_a \le \sum_{a\in p} w_a - 1 & k\in K, p\in P^k \\
 & w_a \ge 1 & a\in A
\end{array}
$$

O(m) var
O(n^2 x $|P^k|$) cst

P1.2

$$
\begin{array}{lllll}
\text{find} & (w_a)_{a\in A} & & & \\
\text{s.t.} & w_{ij} + \pi_i^k - \pi_j^k & = & 0 & k\in K, (i,j)\in p^k \\
 & w_{ij} + \pi_i^k - \pi_j^k & \ge & 1 & k\in K, (i,j)\notin p^k \\
 & w_{ij} & \ge & 1 & (i,j)\in A
\end{array}
$$

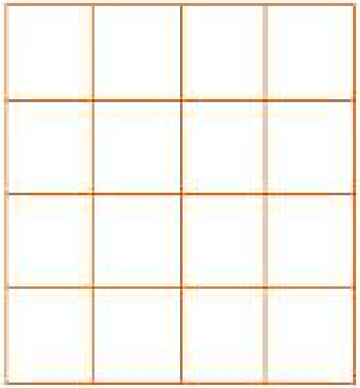
O(m+n^3) var
O(n^2 x m) cst

Les problème de routage

P1 : le problème d'inférence de métrique IGP

problèmes test:

- Réseaux en grille s x s
- Nombre de nœuds n = s x s
- Nombre d'arêtes m = 2 s x (s-1)
- Nombre de demandes k = 2 x s



Solveur:

- Xpress-MP

Les problème de routage

P1 : le problème d'inférence de métrique IGP

Grid	Pb	s	n	m	k	Model P1.1				Model P1.2		
						var	cst	iter	cpu	var	cst	cpu
5x5	1	5	25	40	10	297	516	9	0:00:05	10197	7418	0:00:06
5x5	2	5	25	40	10	297	516	9	0:00:04	10197	7418	0:00:04
5x5	3	5	25	40	10	297	472	8	0:00:04	12389	9354	0:00:08
5x5	4	5	25	40	10	297	526	8	0:00:04	10832	8160	0:00:04
5x5	5	5	25	40	10	297	583	10	0:00:05	11388	8370	0:00:04
10x10	1	10	100	180	20	1522	9464	28	0:08:54	211685	157448	0:37:27
10x10	2	10	100	180	20	1522	9542	28	0:09:04	211685	157448	0:42:09
10x10	3	10	100	180	20	1522	8554	32	0:10:34	228825	171360	0:44:24
10x10	4	10	100	180	20	1522	7261	26	0:08:20	228825	171360	0:45:43
10x10	5	10	100	180	20	1522	11858	55	0:17:41	200306	146064	0:35:32

Les problème de routage

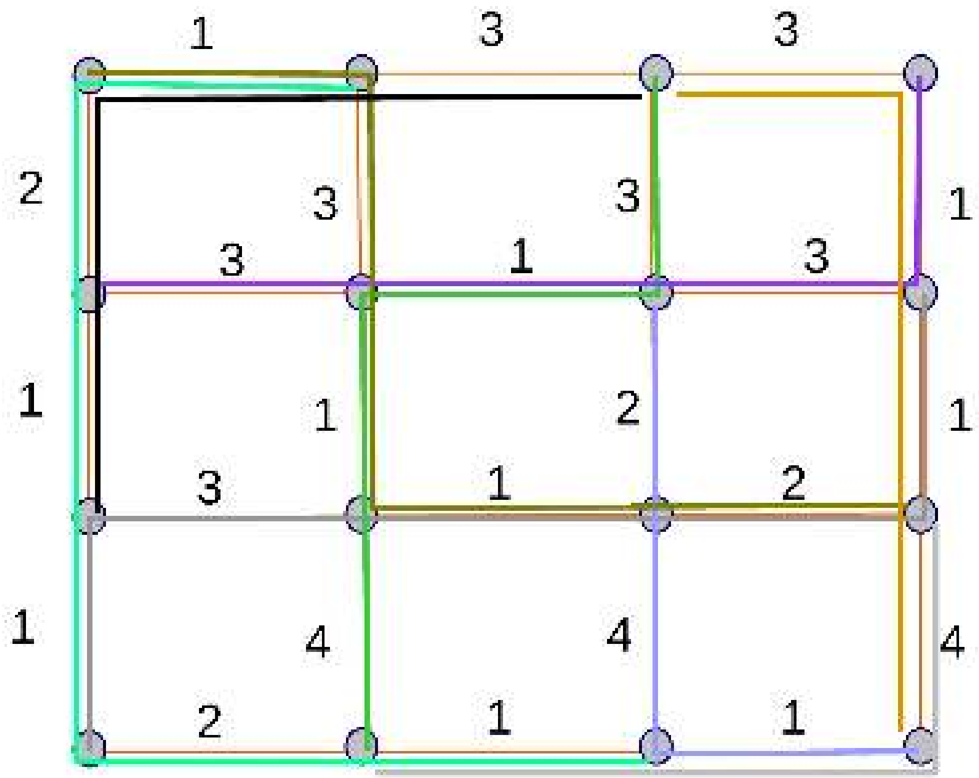
P1 : le problème d'inférence de métrique IGP

Grid	Pb	Model P1.1			Model P1.2		
		int	w min	w max	int	w min	w max
5x5	1	½	1	6	½	1	37,0
5x5	2	½	1	6	¼	1	38,0
5x5	3	½	1	5	½	1	42,5
5x5	4	½	1	7	½	1	56,0
5x5	5	½	1	7	½	1	41,0
10x10	1	½	1	10	½	1	178,0
10x10	2	½	1	10	½	1	178,0
10x10	3	½	1	9	1/8	1	124,8
10x10	4	½	1	10	1/8	1	124,8
10x10	5	½	1	10	1/8	1	161,5

Les problème de routage

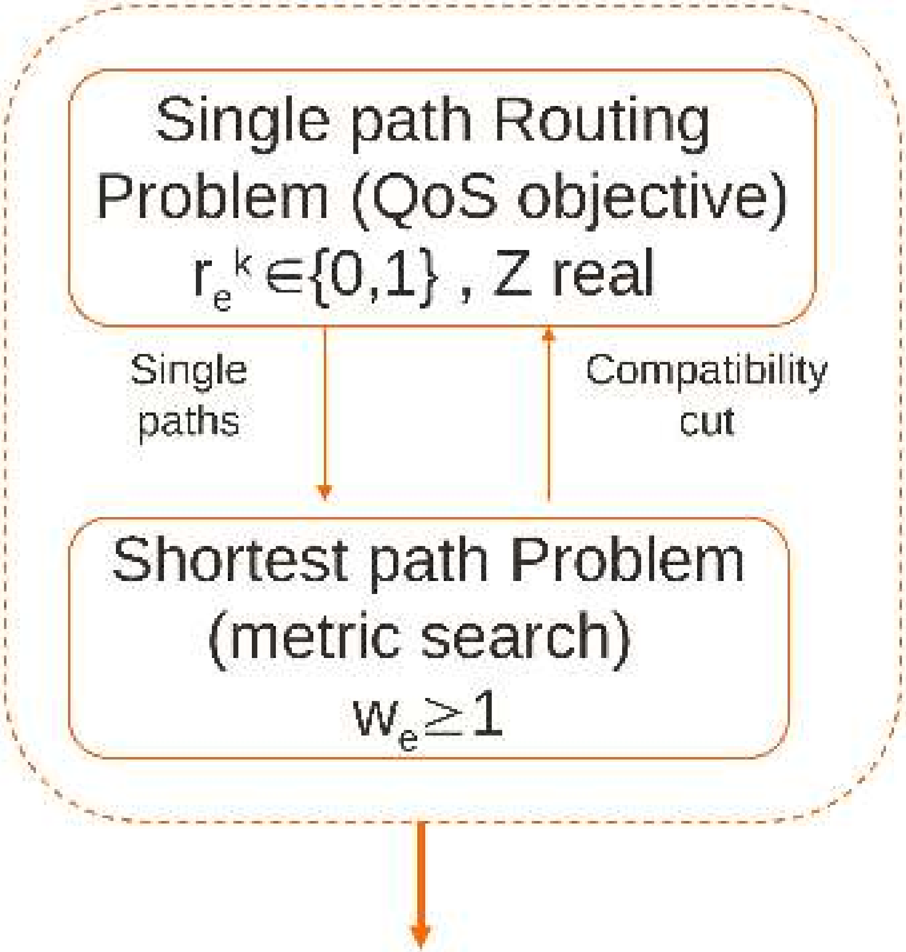
P1 : Avec quelle métrique réaliser un plan de routage donné ?

Solution:



Les problème de routage

P2 : routage IGP qui maximise la QoS



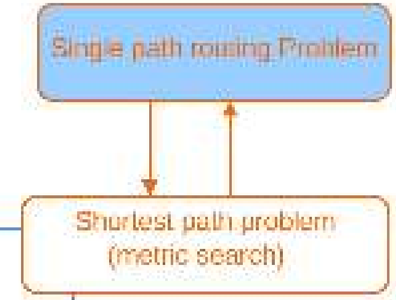
Single shortest path routing

Z : minimum remaining capacity

r_e^k : equal to 1 if commodity k is routed on edge e.

Les problème de routage

P2 : routage IGP qui maximise la QoS



Problème maitre : monoroutage

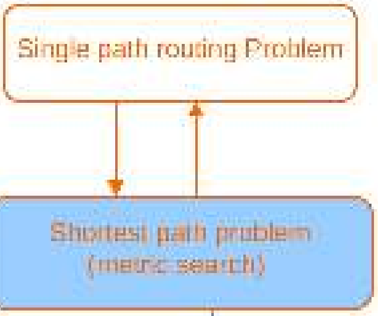
$$
\begin{array}{lll}
\max & Z & \\
s.t.: & \sum_{j\in\Gamma(i)} (r_{ij}^k - r_{ji}^k) = b_i & i\in V, k\in K \\
 & \sum_{k\in K} t^k (r_{ij}^k + r_{ji}^k) + Z \le C_e & e=(i,j)\in E \\
 & r_e^k \in \{0,1\} & k\in K, e\in E
\end{array}
$$

$\mathbf{C_e}$: capacité de l'arête $e \in E$.

$\mathbf{t^k}$: volume de la demande $k \in K$.

Les problème de routage

P2 : routage IGP qui maximise la QoS



Sous-problème : inférence de métrique

$$
\begin{array}{llcll}
\min & \sum_{k \in K} \sum_{q \in P^k} \sigma_q^k & & & \\
s.t. & \sum_{e \in E} w_e \, r_e^k + 1 & \leq & \sum_{e \in q} w_e + \sigma_q^k & k \in K, q \in P^k \\
 & w_e & \geq & 1 & e \in E \\
 & \sigma_q^k & \geq & 0 & k \in K, q \in P^k
\end{array}
$$

$(r_e^k)_e$: solution de (mono-)routage de la demande k (← input)

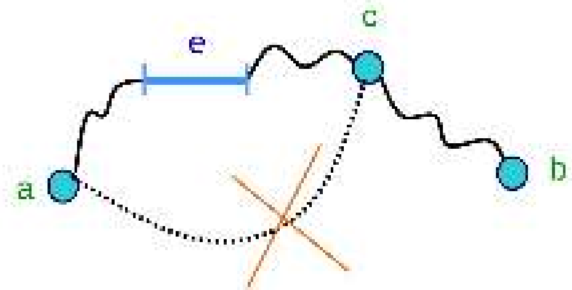
w_e : valeur de métrique IGP sur l'arête e (→ output)

σ_q^k : gap entre longueur du chemin donne par $(r_e^k)_e$ et chemin q.

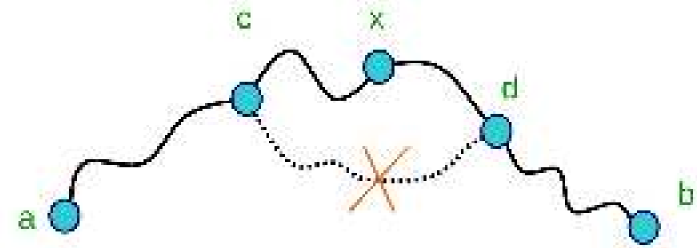
Les problème de routage

P2 : routage IGP qui maximise la QoS

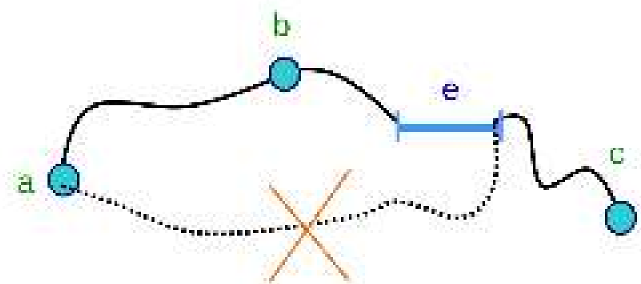
$$r_e^{ab} \geq r_c^{ab} + r_e^{ac} - 1$$



$$r_c^{ab} + r_d^{ab} + r_x^{cd} - r_x^{ab} \leq 2$$



$$r_e^{ab} + r_e^{ac} + r_e^{bc} \leq 2$$



Les problème de routage

P2 : routage IGP qui maximise la QoS

→ **Comment modéliser (macroscopiquement) la QoS ?**

$$
\begin{array}{lll}
\max & Z & \\
s.t. & \sum_{p \in P^k} x_p^k = 1 & k \in K \\
& f_e = \sum_{k \in K} \sum_{p \in P^k : e \in p} t^k x_p^k & e = \{i,j\} \in E \\
& f_e + Z \leq C_e & e = \{i,j\} \in E \\
& r_e^k \in \{0,1\} & k \in K, p \in P^k
\end{array}
$$

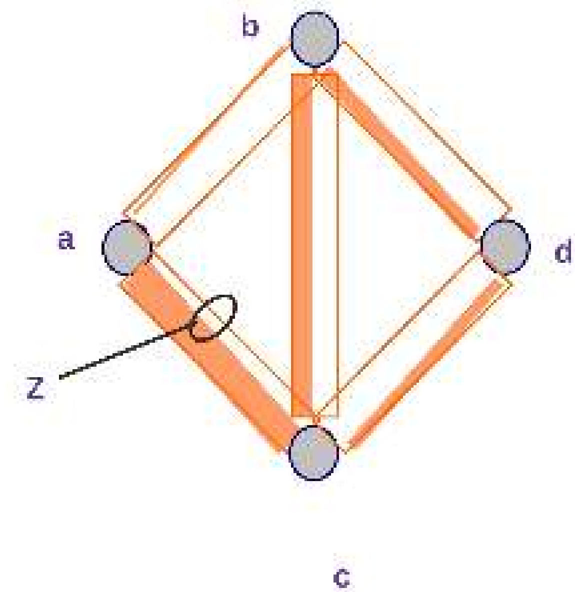
Volume demande k sur chemin p

Trafic ou flot sur l'arête e

Capacité résiduelle minimale

Les problème de routage

P2 : routage IGP qui maximise la QoS



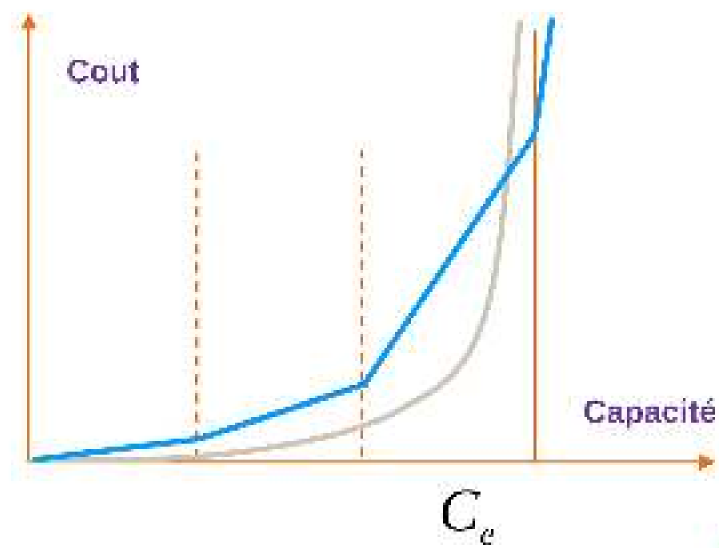
Maximiser la capacité résiduelle minimale $\max\{z : f_e + z \le C_e, e \in E\}$

Une certaine vision de la robustesse

Minimiser la somme des charges

Fonction convexe (Kleinrock)

Linéarisation (Fortz&Thorup)



Les problème de routage

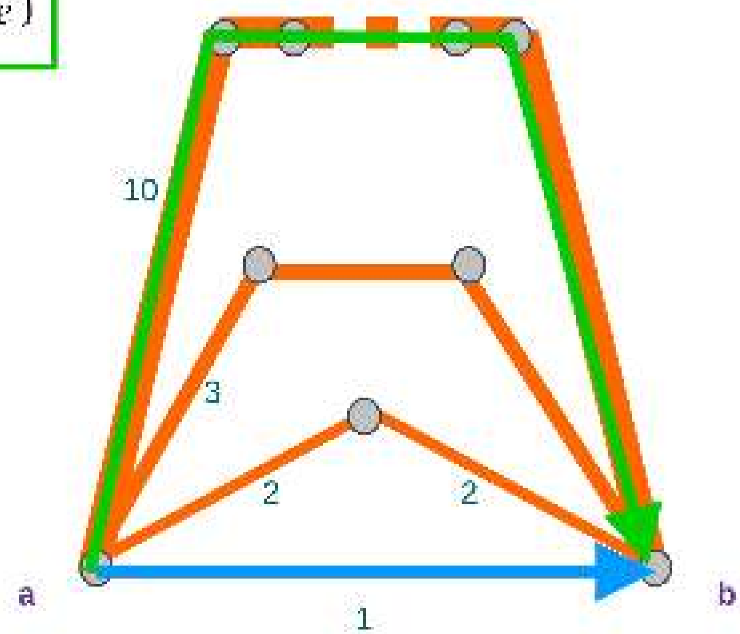
P2 : routage IGP qui maximise la QoS

Quelques effets pervers…

Petit exemple: une demande (a,b,1), 10 chemins

$$\boxed{\max_x Z = \max_x \min_{e \in E} \{ C_e - f_e \}}$$

$$\boxed{\min_x \sum_{a \in A} f_a}$$



Les problème de routage

P2 : routage IGP qui maximise la QoS

<u>"Vrais" critères</u>

- Critères "QoS":
  - Délais de bout-en-bout, perte de paquets, congestion, gigue,...
- Critères "Gestion des ressources":
  - Utilisation de ressource rares, préserver des capacités pour les pannes,
- Pics de trafic, robustesse face aux incertitudes
  - Absorber les fluctuations de trafic (homogène ou non),...

Les problème de routage

P2 : routage IGP qui maximise la QoS

Quelques modèles (agrégés, macroscopiques,…)

- "Classiques"
  - Minimisation d'un "cout de routage"
  - Minimisation d'une fonction de délais

$$F(x) = \sum_{k \in K} \sum_{p \in P^k} c_p^k x_p^k$$

$$F(x) = \sum_{a \in A} \frac{f_a}{C_a - f_a}$$

- Fonction plus générale (Mo&Walrand)

$$F_\alpha(x) = \frac{1}{1-\alpha} \sum_{a \in A} (C_a - f_a)^{1-\alpha}$$

Cas particulier $\alpha = 2$

Cas particulier $\alpha = \infty$

$$F_2(x) = -\sum_{a \in A} 1/(C_a - f_a)$$

$$F_\infty(x) = \min_{a \in A}\{C_a - f_a\}$$

Les problème de routage

P2 : routage IGP qui maximise la QoS

Notion de QoS (Quality of Service)

Petit exemple (suite): fonction générale

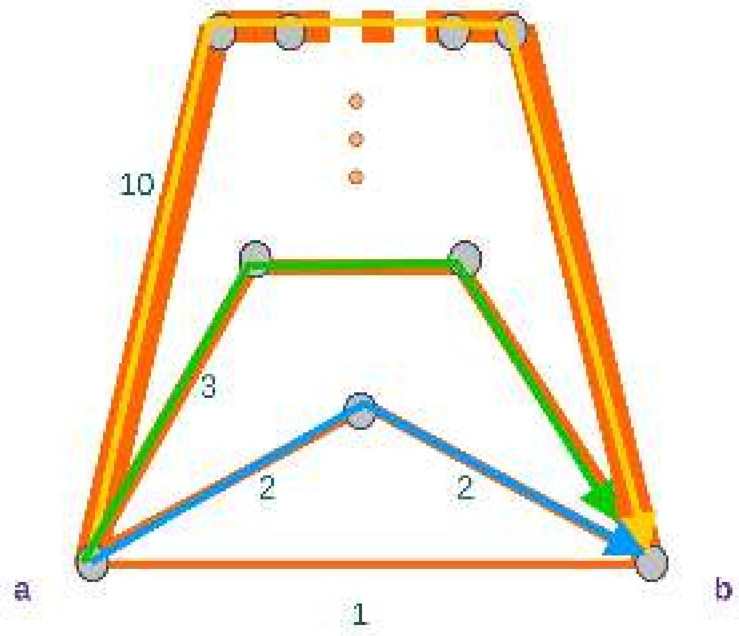
$$F_\alpha(x) = \frac{1}{1-\alpha}\sum_{a\in A}(C_a - f_a)^{1-\alpha}$$

$\boxed{1.895 \le \alpha}$

⋮

$\boxed{1.585 \le \alpha \le 1.709}$

$\boxed{1 < \alpha \le 1.585}$



2

Les problème de routage multicast

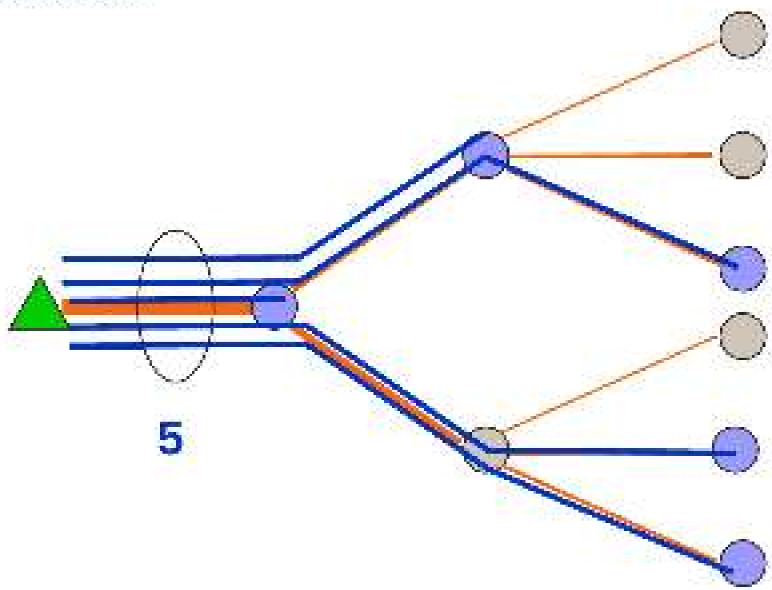
Collaboration avec Ph. Chrétienne, P. Fouilhoux,
F. Sourd, N. Faure (thèse)

Les problème de routage multicast

services unicast: entre 2 points du réseau

services multicast : entre plus de 2 points du réseau

- Point-à-multipoint
  ex: radio, television sur IP (MaLigne TV)
- Multipoint-à-multipoint : all the nodes can interact
  ex: visioconférence



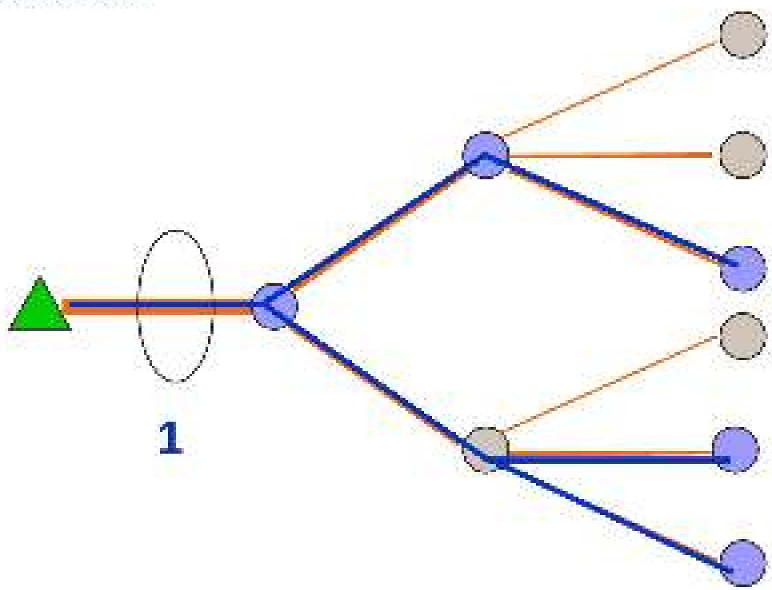
Les problème de routage multicast

services unicast: entre 2 points du réseau

services multicast : entre plus de 2 points du réseau

- Point-à-multipoint
  ex: radio, television sur IP (MaLigne TV)
- Multipoint-à-multipoint

  ex: visioconférence



Arbre multicast
≈
arbre de Steiner

Les problème de routage multicast

Différents problèmes imbriqués:

P1 : Comment construire un arbre multicast à cout minimum ?

→ Arbre de Steiner

P2: Comment placer "optimalement" k arbres de Steiner ?

P3: Comment regrouper "optimalement" des arbres de Steiner ?

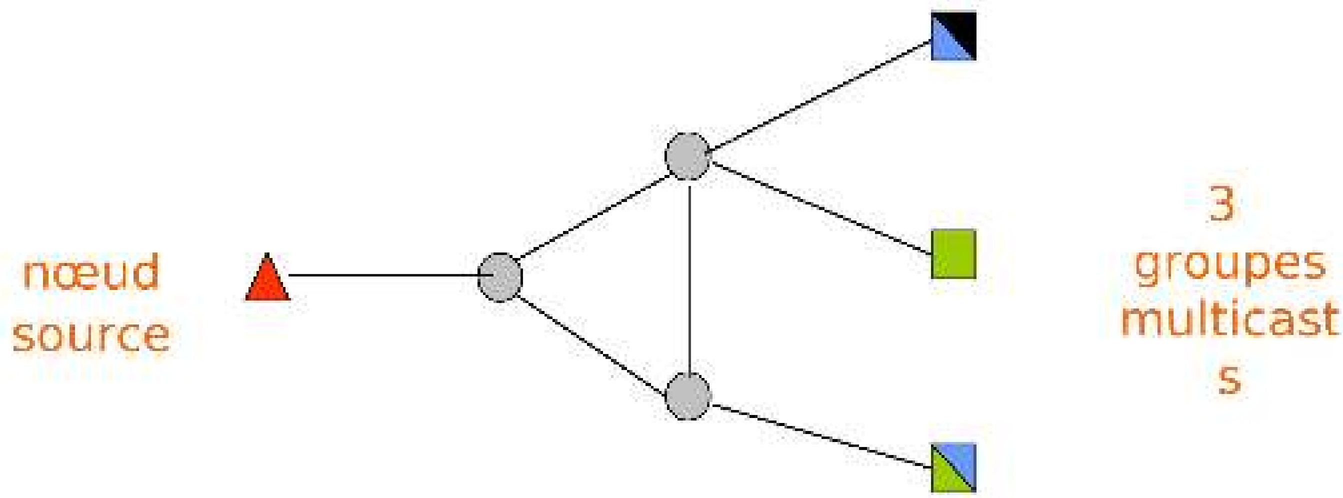
Les problème de routage multicast

P3 : regrouper optimalement des arbres multicast

1 nœud source

m groupes multicasts

p arbres multicasts (p << m)

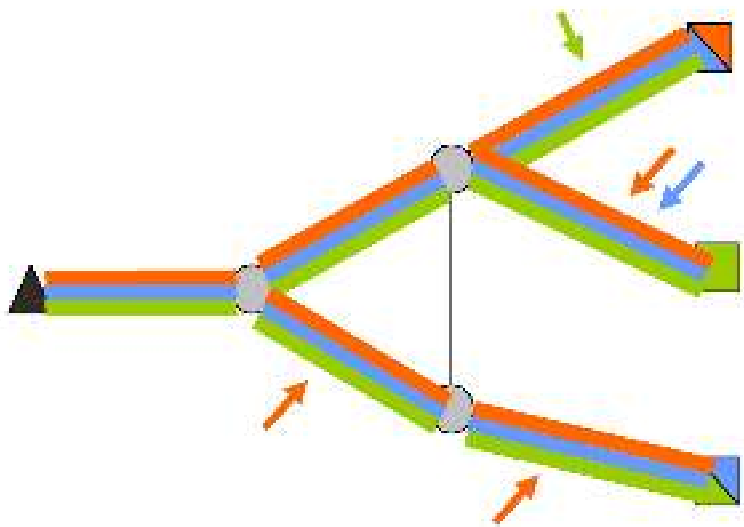


Objective: minimiser la bande passante gaspillée

Les problème de routage multicast

P3 : regrouper optimalement des arbres multicast

p = 1 (un arbre multicast)

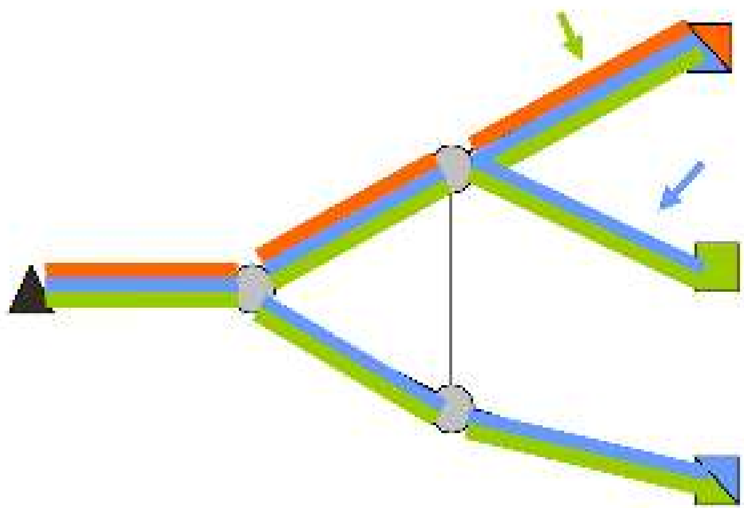


5 unités de bande passante gaspillées !

Les problème de routage multicast

P3 : regrouper optimalement des arbres multicast

p = 2 (deux arbres multicasts)

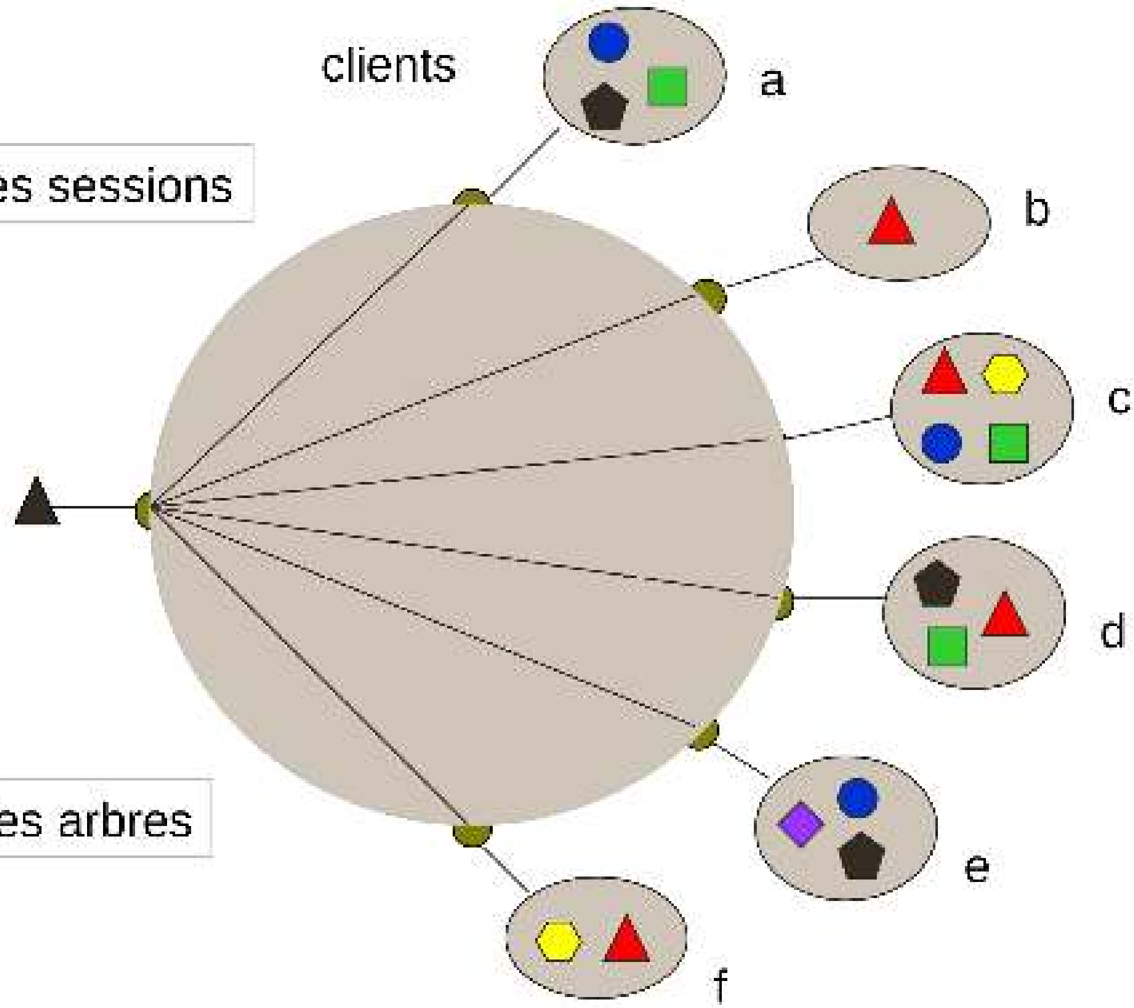


2 unités de bande passante gaspillées !

Les problème de routage multicast

P3 : regrouper optimalement des arbres multicast

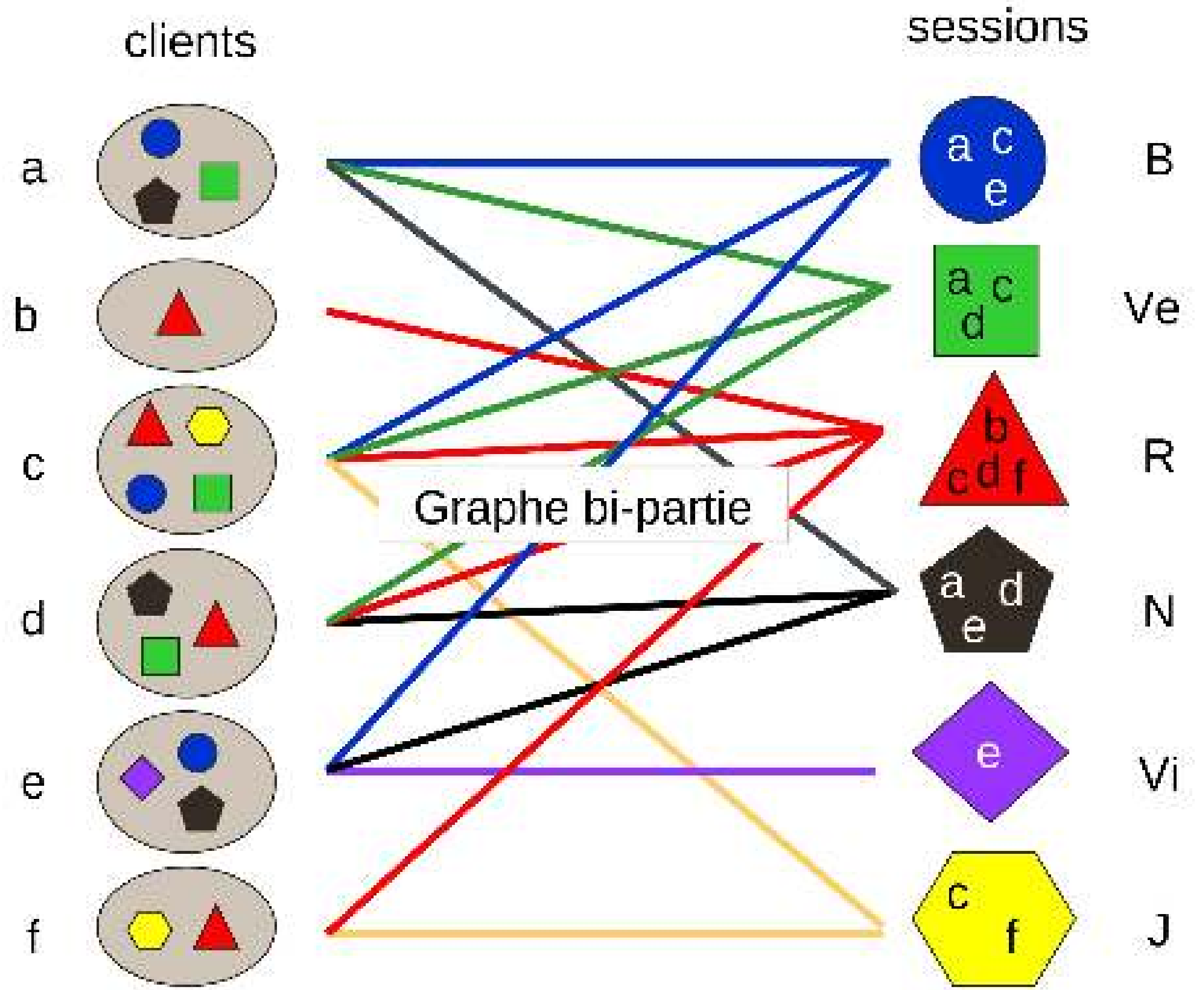
1. Regrouper les sessions



2. Construire les arbres

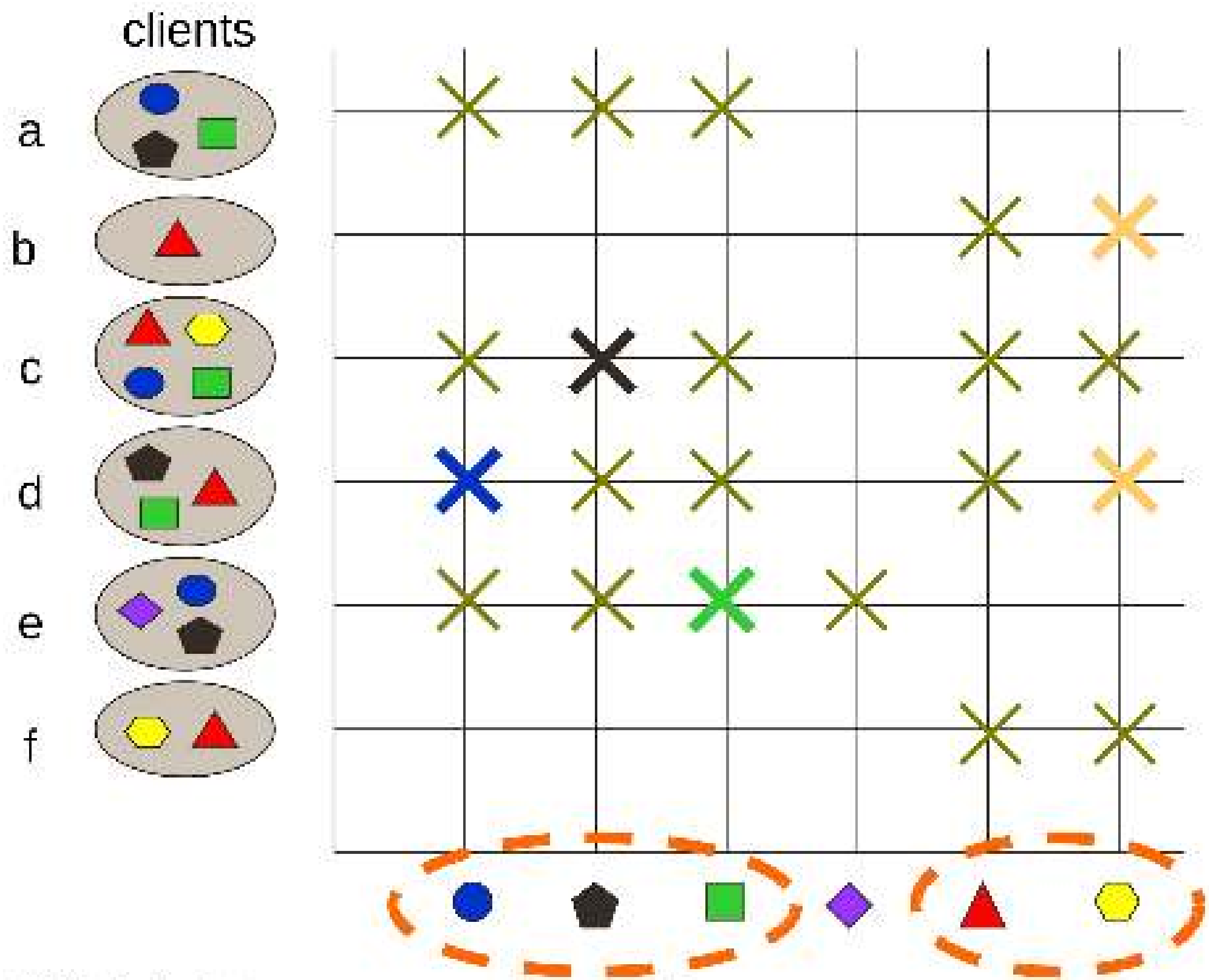
Les problème de routage multicast

P3 : regrouper optimalement des arbres multicast



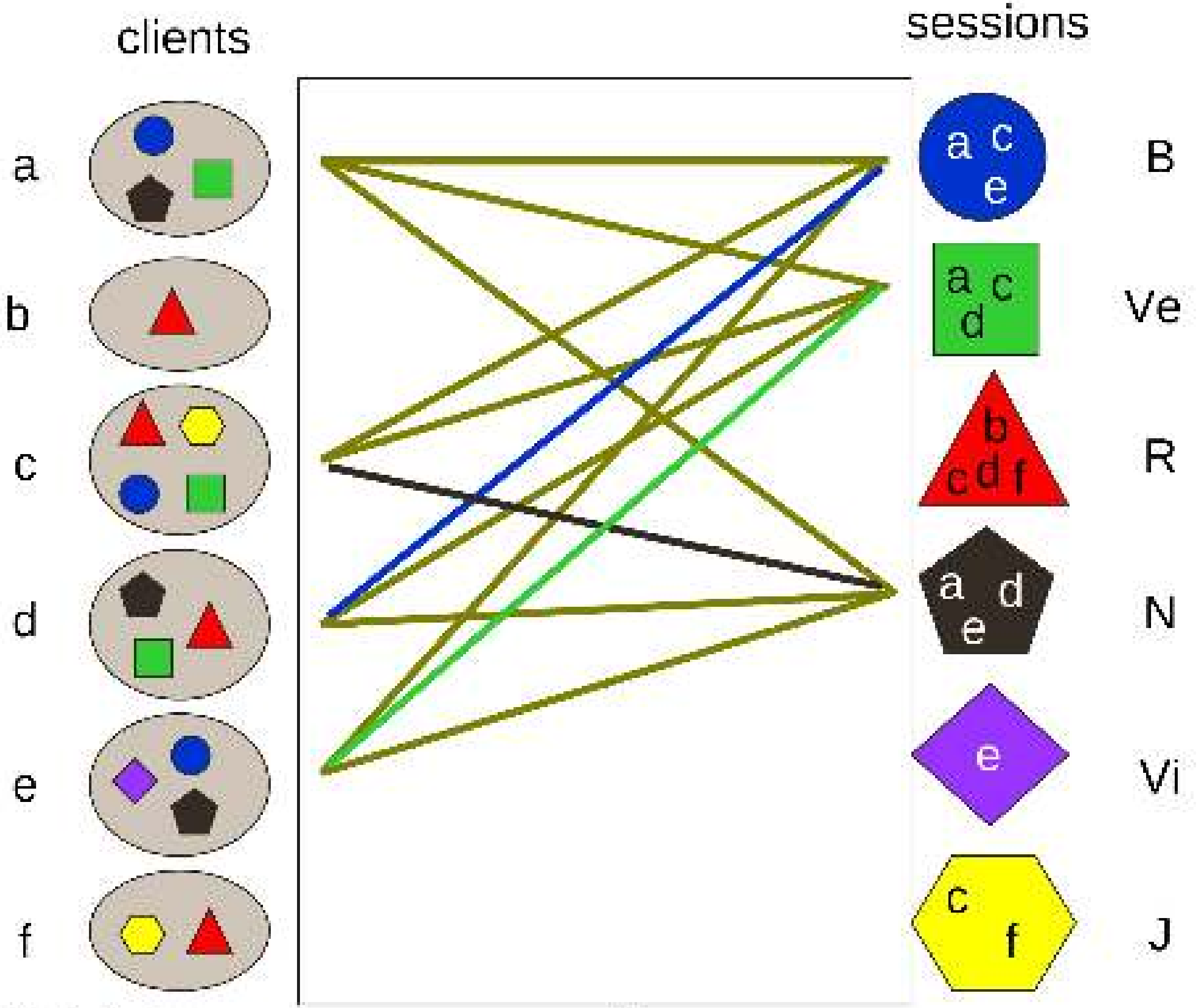
Les problème de routage multicast

P3 : regrouper optimalement des arbres multicast



Les problème de routage multicast

P3 : regrouper optimalement des arbres multicast



Les problème de routage multicast

P3 : regrouper optimalement des arbres multicast

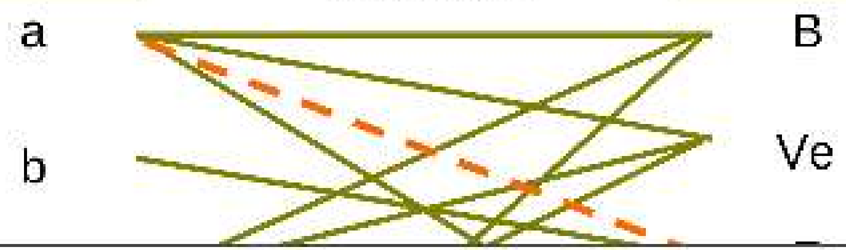
Modèle 1: partitionnement d'arêtes + no de clusters

I : Clients

E : Arêtes

J : Sessions

x_i^k = 1 si client i dans le cluster k



y_j^k = 1 si session j dans le cluster k

$$z^* = Min \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \notin E} x_i^k y_j^k$$

$$s.t. \quad \sum_{k \in K} x_i^k y_j^k = 1, \quad (i,j) \in E,$$

$$x_i^k, y_j^k \in \{0,1\}, \quad j \in J, i \in I, k \in K.$$

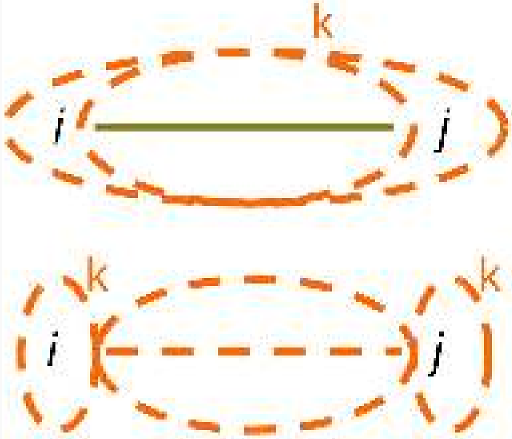
Induit une couverture des nœuds (clients, sessions)

Les problème de routage multicast

P3 : regrouper optimalement des arbres multicast

Modèle 1: linéarisation $z_{i,j}^{k} = x_i^k \cdot y_j^k$

$$
\begin{aligned}
& z^* = Min \sum_{k \in K} \sum_{e \notin L} z_e^k \\
s.c. \quad & \sum_{k \in K} z_e^k \geq 1, && e \in E, \\
& z_{ij}^k \leq x_i^k, && (i,j) \in E, k \in K, \\
& z_{ij}^k \leq y_j^k, && (i,j) \in E, k \in K, \\
& z_{ij}^k \geq x_i^k + y_j^k - 1, && (i,j) \notin E, k \in K, \\
& x_i^k, y_j^k, z_{ij}^k \in \{0,1\}, && j \in J, i \in I, k \in K.
\end{aligned}
$$



$$\sum_{k \in K} y_j^k = 1, \qquad j \in J,$$

Partitionnement des sessions

Les problème de routage multicast

P3 : regrouper optimalement des arbres multicast

Modèle 2: partitionnement de sessions + no de cluster

$$z^* = Min \sum_{k \in K} \sum_{e \notin E} z_e^k$$

$$s.c. \quad \cancel{\sum_{k \in K} z_e^k \geq 1,} \qquad e \in E,$$

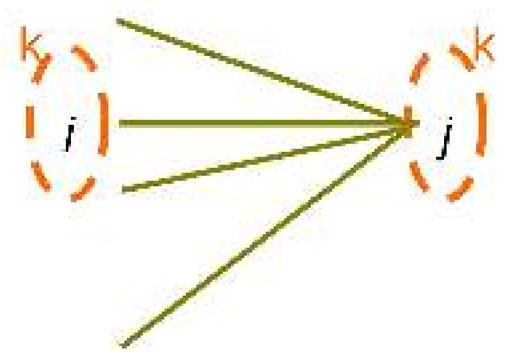
$$\sum_{k \in K} y_j^k = 1, \qquad j \in J,$$

$$\boxed{y_j^k \leq x_i^k} \qquad (i,j) \in E, k \in K,$$

$$(i,j) \in E, k \in K,$$

$$z_{ij}^k \geq x_i^k + y_j^k - 1, \quad (i,j) \notin E, k \in K,$$

$$x_i^k, y_j^k, z_{ij}^k \in \{0,1\}, \quad j \in J, i \in I, k \in K.$$

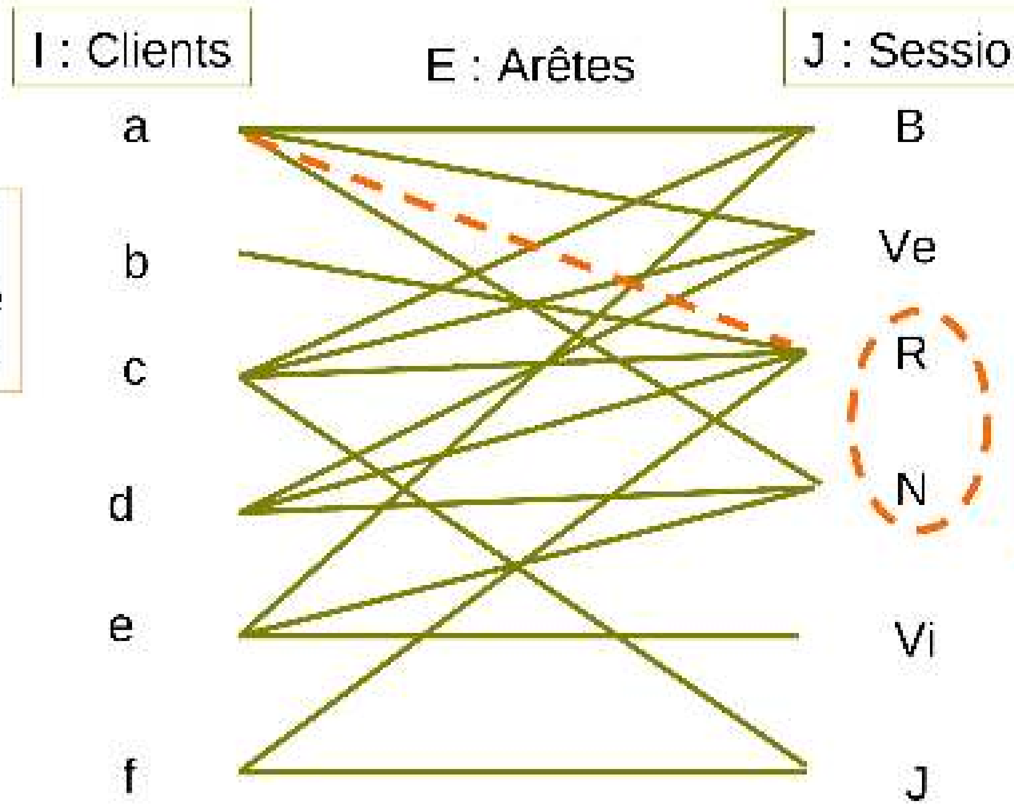


Les problème de routage multicast

P3 : regrouper optimalement des arbres multicast

Modèle 3: partitionnement de sessions + pas de no de cluster

z_{aR} = 1 si on ajoute l'arete entre a et R



x_{RN} = 1 si sessions R et N dans le meme cluster

Les problème de routage multicast

P3 : regrouper optimalement des arbres multicast

➔ Partitionnement des sessions:

- Choix d'un représentant (centre) par cluster

contraintes
p-médiane

$$\begin{cases} \sum_{j \in J} x_{jj} = p \\ x_{jj'} \leq x_{j'j'} \quad j, j' \in J \\ \sum_{j' \geq j} x_{jj'} = 1 \quad j \in J \\ x_{jj'} \in \{0,1\} \quad j, j' \in J \end{cases}$$

Partition en clusters

Afffectation au centre j'

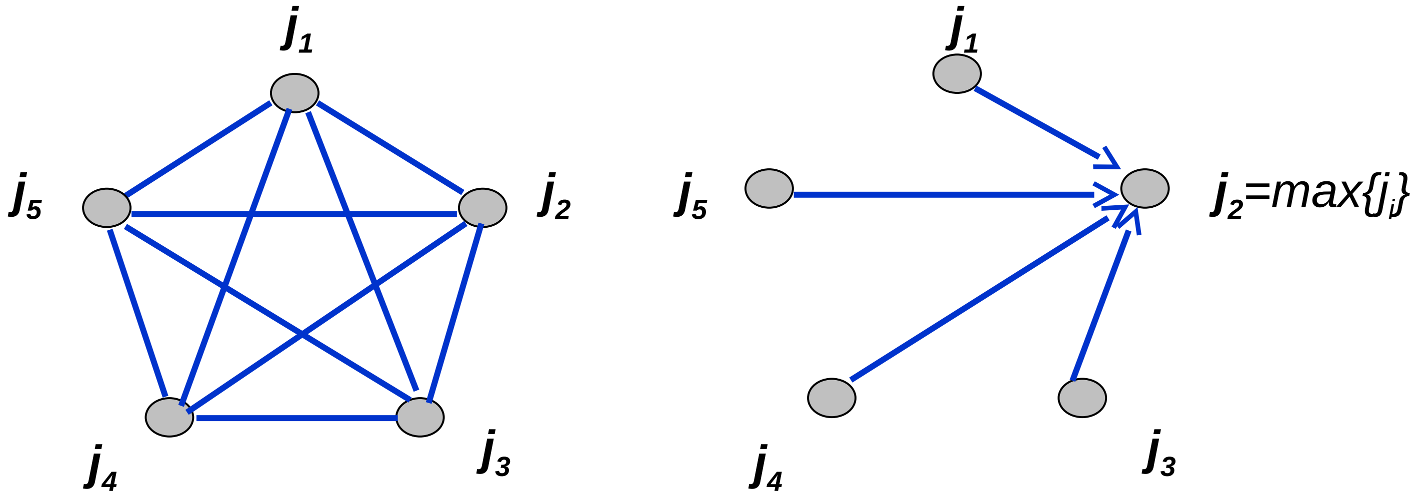
Chaque session j est affecté

Les problème de routage multicast

P3 : regrouper optimalement des arbres multicast

➔ Partitionnement des sessions:

- Réduction: éliminer les symétries



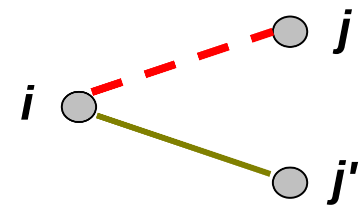
Les problème de routage multicast

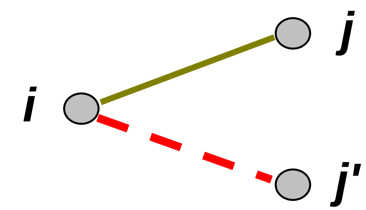
P3 : regrouper optimalement des arbres multicast

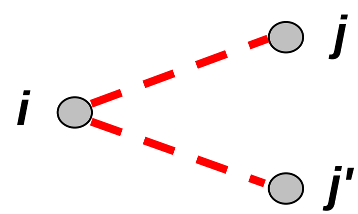
➔ **Fonction objectif:**

- Nombre d'arêtes ajoutées

$$\begin{cases} \min \displaystyle\sum_{(i,j)\notin E} z_{ij} \\ x_{jj'} \le z_{ij} \quad (i,j)\notin E, (i,j')\in E, j < j' \\ x_{jj'} \le z_{ij'} \quad (i,j)\in E, (i,j')\notin E, j < j' \\ x_{jj'} + \left| z_{ij} - z_{ij'} \right| \le 1 \quad (i,j),(i,j')\notin E, j < j' \\ z_{ij} \in \{0,1\} \quad (i,j)\notin E \end{cases}$$







Les problème de routage multicast

P3 : regrouper optimalement des arbres multicast

- Modèle 3: partitionnement de sessions + pas de symétries

$$
\begin{cases}
\min \displaystyle\sum_{(i,j)\notin E} z_{ij} \\
\displaystyle\sum_{j\in J} x_{jj} = p \\
x_{jj'} \le x_{j'j'} & j < j' \in J \\
\displaystyle\sum_{j'\ge j} x_{jj'} = 1 & j \in J \\
x_{jj'} \le z_{ij} & (i,j)\notin E, (i,j')\in E, j < j' \in J \\
x_{jj'} \le z_{ij'} & (i,j)\in E, (i,j')\notin E, j < j' \in J \\
x_{jj'} + \left| z_{ij} - z_{ij'} \right| \le 1 & (i,j)\notin E, (i,j')\notin E, j < j' \in J \\
x_{jj'} \in \{0,1\} & j \le j' \in J \\
z_{ij} \in \{0,1\} & (i,j)\notin E
\end{cases}
$$

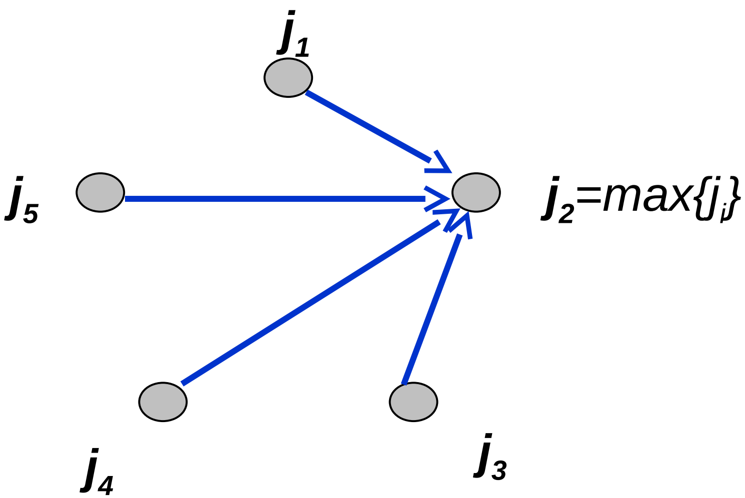
Diffusion Libre

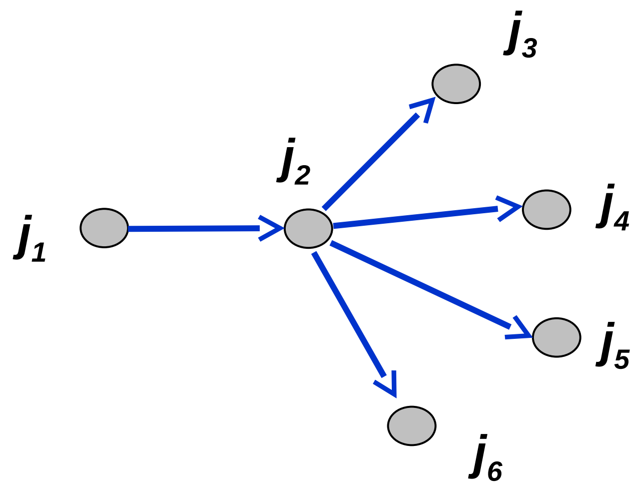
Les problème de routage multicast

P3 : regrouper optimalement des arbres multicast

➔ **Partitionnement des sessions:**

- Inégalités valides





$$\boxed{x_{j'j} + \sum_{\substack{j''>j \\ (i,j'')\in E}} x_{jj''} \le z_{ij} \qquad (i,j)\notin E, (i,j')\in E, j'<j\in J}$$

Les problème de routage multicast

P3 : regrouper optimalement des arbres multicast

- **Premiers résultats numériques**
- Implémentation avec Xpress-MP 2005
- Instances générées aléatoirement – Moyennes sur 10 instances
- |I| = nb de clients, |J| = nb de sessions, p = nb de clusters

Instance |I|, |J| ->p	Modèle P2 symétrique	Modèle P3 symétrique	Modèle P3 non-symétrique	Modèle P3 non-symétrique renforcé
10, 10 ->6	**9s**	**9s**	**0.9s**	**0.1s**
11, 11 ->7	**43s**	**21s**	**1.8s**	**0.1s**
12, 12 ->6	**17min**	**10min**	**19s**	**0.6s**
15, 15 ->8	**>2h**	**>2h**	**10min**	**2s**
20, 20 ->10				**2min**

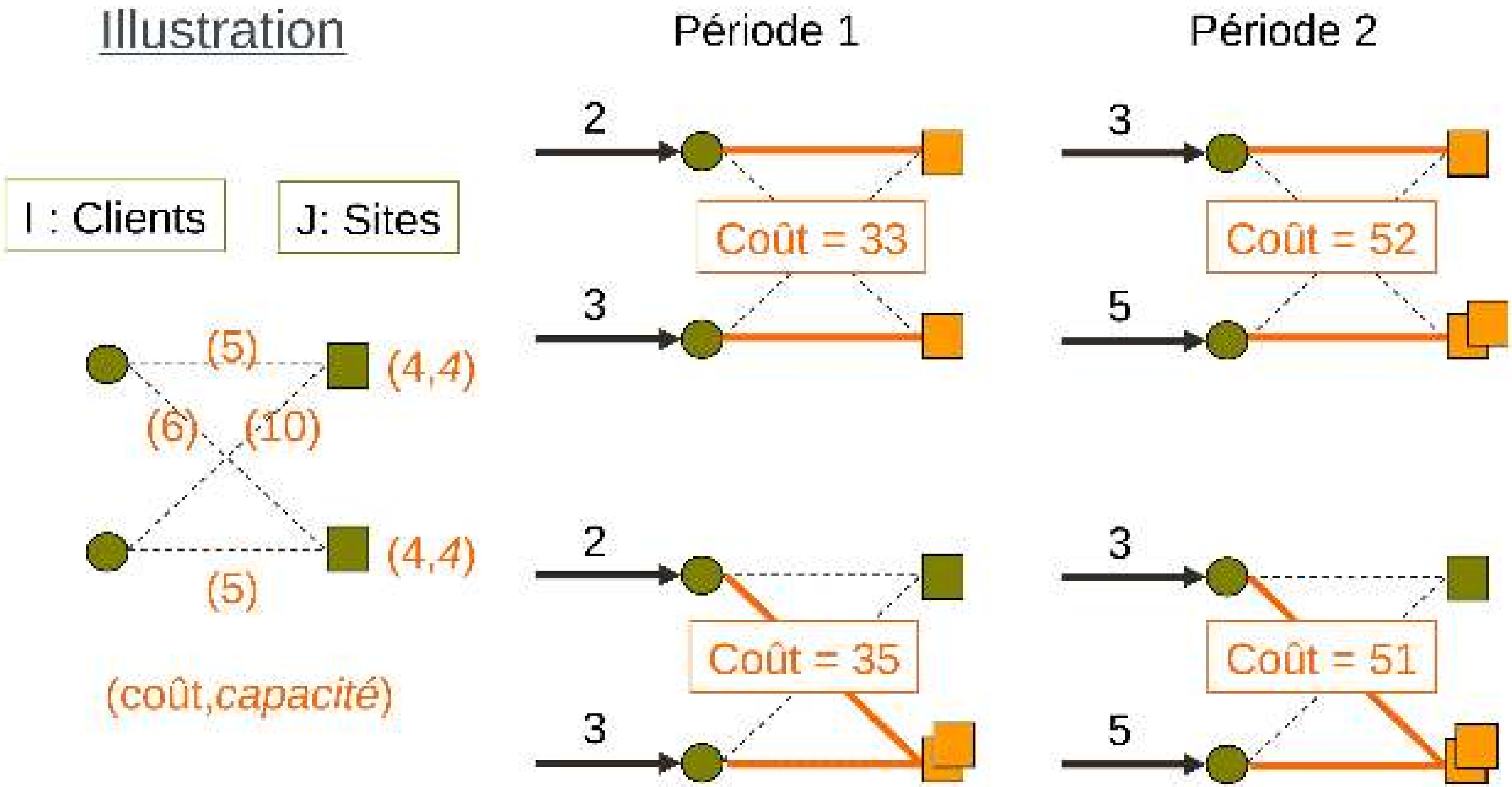
3

Les problèmes multipériode

Collaboration avec O. Klopfenstein

Un problème de localisation multipériode

Illustration

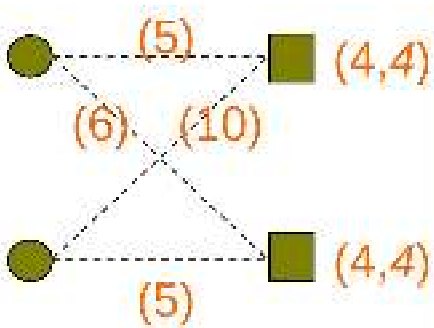


Un problème de localisation multipériode

Modèle 1

I : Clients

J: Sites



(coût,*capacité*)

$$
\begin{aligned}
\min \quad & \sum_{t\in T}\sum_{i\in I}\sum_{j\in J} A_{ij}^t.(x_{ij}^t - x_{ij}^{t-1}) + \sum_{t\in T}\sum_{j\in J} C_j^t.(y_j^t - y_j^{t-1}) \\
s.c.: \quad & \sum_{j\in J} x_{ij}^t \geq d_i^t, \quad i\in I, t\in T \\
& \sum_{i\in I} x_{ij}^t \leq K.y_j^t, \quad j\in J, t\in T \\
& x_{ij}^t, y_j^t \in N, \quad i\in I, j\in J, t\in T
\end{aligned}
$$

\+ contraintes de pérennisation

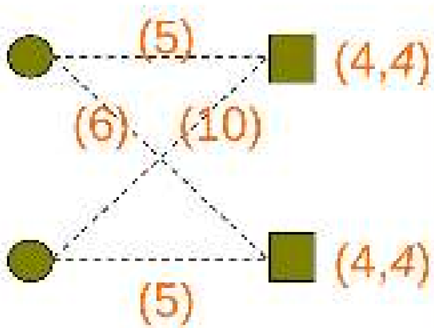
$$
\begin{aligned}
& x_{ij}^t \geq x_{ij}^{t-1}, \quad i\in I, j\in J, t\in T \\
& y_j^t \geq y_j^{t-1}, \quad j\in J, t\in T
\end{aligned}
$$

Un problème de localisation multipériode

<u>Modèle 2:</u> cht de variables

I : Clients

J: Sites



(coût,*capacité*)

$$\min \quad \sum_{t\in T}\sum_{i\in I}\sum_{j\in J} A_{ij}^t.\overbrace{(x_{ij}^t - x_{ij}^{t-1})}^{\boxed{X_{ij}^t}} + \sum_{t\in T}\sum_{j\in J} C_j^t.\overbrace{(y_j^t - y_j^{t-1})}^{\boxed{Y_j^t}}$$

$$s.c.: \quad \sum_{j\in J} x_{ij}^t \geq d_i^t, \quad i\in I, t\in T$$

$$\sum_{i\in I} x_{ij}^t \leq K.y_j^t, \quad j\in J, t\in T$$

$$x_{ij}^t, y_j^t \in N, \quad i\in I, j\in J, t\in T$$

~~+ contraintes de pérennisation~~

$$\cancel{x_{ij}^t \geq x_{ij}^{t-1}, \quad i\in I, j\in J, t\in T}$$

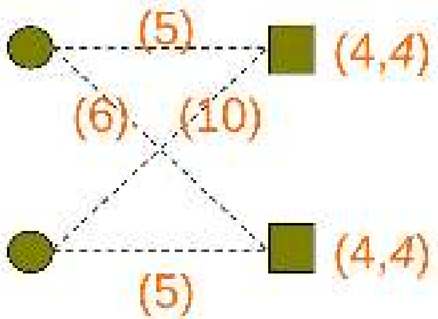
$$\cancel{y_j^t \geq y_j^{t-1}, \quad j\in J, t\in T}$$

Un problème de localisation multipériode

Modèle 2:

I : Clients

J: Sites



(coût,*capacité*)

$$\min \sum_{t\in T}\sum_{i\in I}\sum_{j\in J} A_{ij}^t . X_{ij}^t + \sum_{t\in T}\sum_{j\in J} C_j^t . Y_j^t$$

$$s.c.: \sum_{j\in J}\sum_{s\leq t} X_{ij}^s \geq d_i^t - \sum_{j\in J} x_{ij}^0, \qquad i\in I, t\in T$$

$$\sum_{i\in I}\left(\sum_{s\leq t} X_{ij}^s + x_{ij}^0\right) \leq K.\left(\sum_{s\leq t} Y_j^s + y_j^0\right), \quad j\in J, t\in T$$

$$X_{ij}^t, Y_j^t \in \mathbb{N}, \qquad i\in I, j\in J, t\in T$$

Cette formulation comporte **|T|.(|I|.|J|+|J|) contraintes de moins** que la première.

Un problème de localisation multipériode

<u>Modèle 2:</u> renforcement pour fct de coût décroissantes

- Cte de demande à l'égalité $$\sum_{j \in J} x_{ij}^t = d_i^t, \quad i \in I, t \in T$$ (E)
- Relaxation intégrité sur X (I)
- Cte de concentrateurs $$\sum_{j \in J} y_j^t \geq \lceil D^t / K \rceil$$ (CC)
- Inégalités valides $$\sum_{j \in J} y_j^t \leq |J| + \lfloor (D^t - |J|) / K \rfloor$$ (B)

Un problème de localisation multipériode

Modèle 2: résultats numériques

	(CPX)		*(CPX) + (E) +(I) + (CC)*		*(CPX) + (E) +(I) + (CC) + (B)*		*(E) + (I) +(CC) + (B)*	
$n * m * \tau$	**status**	**time/gap**	**status**	**time/gap**	**status**	**time/gap**	**status**	**time/gap**
30 * 10 * 15	***mem***	**0.03**	***opt***	**117**	***opt***	**230**	**2h**	**0.17**
50 * 10 * 10	***mem***	**0.10**	***opt***	**408**	***opt***	**494**	**2h**	**0.19**
50 * 20 * 5	***mem***	**0.48**	***opt***	**17**	***opt***	**9**	**2h**	**0.23**
50 * 30 * 5	***mem***	**0.60**	***opt***	**57**	***opt***	**20**	**2h**	**0.21**
50 * 30 * 10	***mem***	**0.21**	***opt***	**3064**	***opt***	**1437**	***mem***	**0.14**
50 * 50 * 5	***mem***	**0.05**	***opt***	**1**	***opt***	**1**	***opt***	**1034**
100 * 15 * 10	***mem***	**0.91**	**2 h**	**0.11**	***mem***	**0.15**	***mem***	**0.65**
	mem	**0.73**	***opt***	**491**	***opt***	**351**	**2 h**	**0.42**
100 * 20 * 5	***mem***	**0.74**	**2 h**	**0.11**	**2 h**	**0.10**	***mem***	**0.56**
100 * 20 * 10	***mem***	**1.07**	***opt***	**1963**	***opt***	**1082**	***mem***	**0.64**
100 * 30 * 5								

Conclusion, perspectives…

beaucoup d'autres problème à traiter ou à venir:

- Interdomaine (interconnection avec les autres operateurs)
- Tarification (des services, des accords,…)
- Inférence (découverte de l'Internet)
- …

L'optimisation (la RO) a encore beaucoup à apporter aux operateurs téléphoniques, mais les attentes opérationnelles sont de plus en plus "urgentes" !!!