

Deux approches de programmation linéaire en nombres entiers pour la conception de roulements de personnels sédentaires

François Ramond & David De Almeida

SNCF

Direction de la Recherche et de la Technologie

45 rue de Londres

75379 Paris Cedex 08

francois.ramond@sncf.fr

Stéphane Dauzère-Pérès (Ecole des Mines St Etienne, France)

Hanif Serali (Virginia Tech, USA)

Plan de la présentation

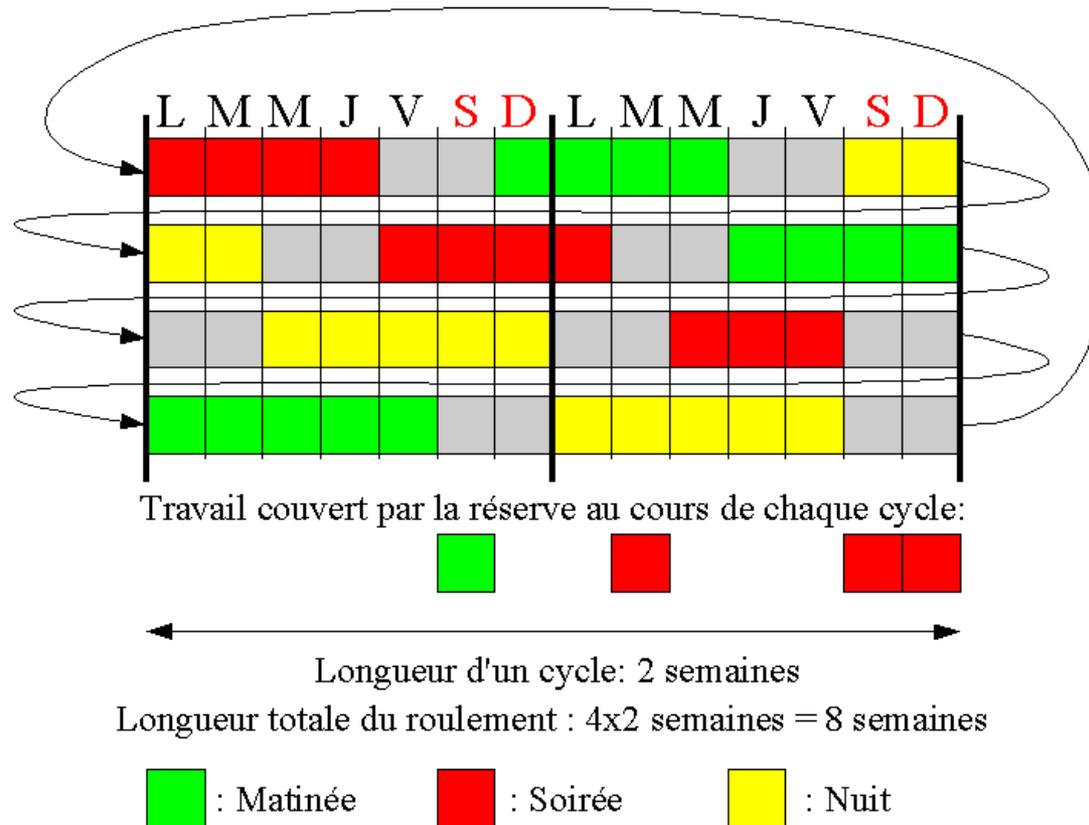
- Introduction
- Formulation à base de variables journalières
- Formulation à base de patrons hebdomadaires
- Résultats
- Axes de recherche envisagés

Introduction

- Roulements pour les agents **sédentaires**
 - Agents postés dans les guichets, postes d'aiguillage, agents des gares, etc...
 - Conducteurs et contrôleurs pas considérés
- 2 types d'agents :
 - Agents en roulements affectés à un seul roulement
 - Agents de réserve couvrant la charge restante sur plusieurs roulements

Introduction

- Un exemple de roulement sur 8 semaines :



Introduction

- **Des contraintes nombreuses sur:**
 - Nombre de jours de repos
 - Longueurs des périodes de travail
 - Longueurs des périodes de repos
 - Nombre de Samedi/Dimanche en repos consécutifs
 - Nombre de week-ends de repos
 - ...

Introduction

- **Des critères de préférence à optimiser**
 - Nombre de repos isolés (Min)
 - Répartition des Samedi/Dimanche en repos consécutifs
 - Répartition des weekends en repos
 - Pics d'appel à la réserve (Min)
 - Travail de nuit pour la réserve (Min)
 - ...

Formulation à base de variables journalières

- **Prise en compte de 3 amplitudes de travail :**
 - Matinée (6h – 14h)
 - Soirée (14h – 22h)
 - Nuit (22h – 6h)
- **Hypothèses :**
 - Toutes les journées d'une période de travail sont du même type
 - Séquence à respecter entre les périodes
 - Matinée → Nuit → Soirée → Matinée → ...

Formulation à base de variables journalières

- **Principales variables**

- $t_{s,d} = 1 \Leftrightarrow$ une période de travail de 3 jours de l'amplitude s commence le jour d
- $fr_{s,d} = 1 \Leftrightarrow$ une période de travail de 4 jours de l'amplitude s commence le jour d
- $fv_{s,d} = 1 \Leftrightarrow$ une période de travail de 5 jours de l'amplitude s commence le jour d
- $r_d = 1 \Leftrightarrow d$ est un jour de repos isolé
- rr_d (rrr_d) = 1 \Leftrightarrow une période de repos de 2 (3) jours commence le jour d

Formulation à base de variables journalières

- Quelques contraintes

- Une seule activité par jour de roulement :

$$\sum_{\substack{i \in \{0,1,2\} \\ s \in S}} t_{s,d-i} + \sum_{\substack{i \in \{0,1,2,3\} \\ s \in S}} fr_{s,d-i} + \sum_{\substack{i \in \{0,1,2,3,4\} \\ s \in S}} fv_{s,d-i} \\ + r_d + \sum_{i \in \{0,1\}} rr_{d-i} + \sum_{i \in \{0,1,2\}} rrr_{d-i} = 1, \forall d \in DR.$$

- Succession entre périodes de travail et de repos:

$$\sum_{s \in S} (t_{s,d-3} + fr_{s,d-4} + fv_{s,d-5}) = r_d + rr_d + rrr_d, \forall d \in DR.$$

Formulation à base de variables journalières

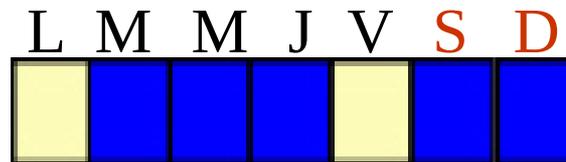
- Fonction objectif

$$\begin{aligned} & \textit{Minimize} \\ & A \cdot n\textit{SingleOffDays} \\ & + B \cdot \textit{minMaxWkend} \\ & + C \cdot \textit{minMaxSunday} \\ & + D \cdot \textit{maxRes} \\ & + E \cdot \textit{nightRes} \\ & + F \cdot \textit{diffMorEveRes}. \end{aligned}$$

Formulation à base de patrons hebdomadaires

- 31 patrons d'une semaine pré-construits

– Exemple:



- L'amplitude des périodes de travail au cours d'une journée n'est pas spécifiée
- Variables principales
 - $x_{p,w} = 1 \Leftrightarrow$ le patron p est associé à la semaine w

Formulation à base de patrons hebdomadaires

- Quelques contraintes

- Un seul patron par semaine du roulement :

$$\sum_{p \in P} x_{p,w} = 1, \quad \forall w \in WR.$$

- Successions réalisables de patrons:

$$x_{p,w} + x_{p',w+1} \leq 1, \quad \forall w \in WR, \forall p \in P, \forall p' \in \text{cannotFollow}_p.$$

Formulation à base de patrons hebdomadaires

- Définition des samedis :

$$sat_w = \sum_{p \in P} x_{p,w} \cdot pattern_{p,6}, \forall w \in WR.$$

- Définition des samedi-dimanches de repos

$$satSun_w \geq 1 - sat_w - sun_w, \forall w \in WR.$$

Formulation à base de patrons hebdomadaires

- Fonction objectif

$$\begin{aligned} & \textit{Minimize} \\ & A \cdot n\textit{SingleOffDays} \\ & + B \cdot \textit{minMaxWkend} \\ & + C \cdot \textit{minMaxSunday} \\ & + D \cdot \textit{maxRes} \end{aligned}$$

Raffinements sur les modélisations

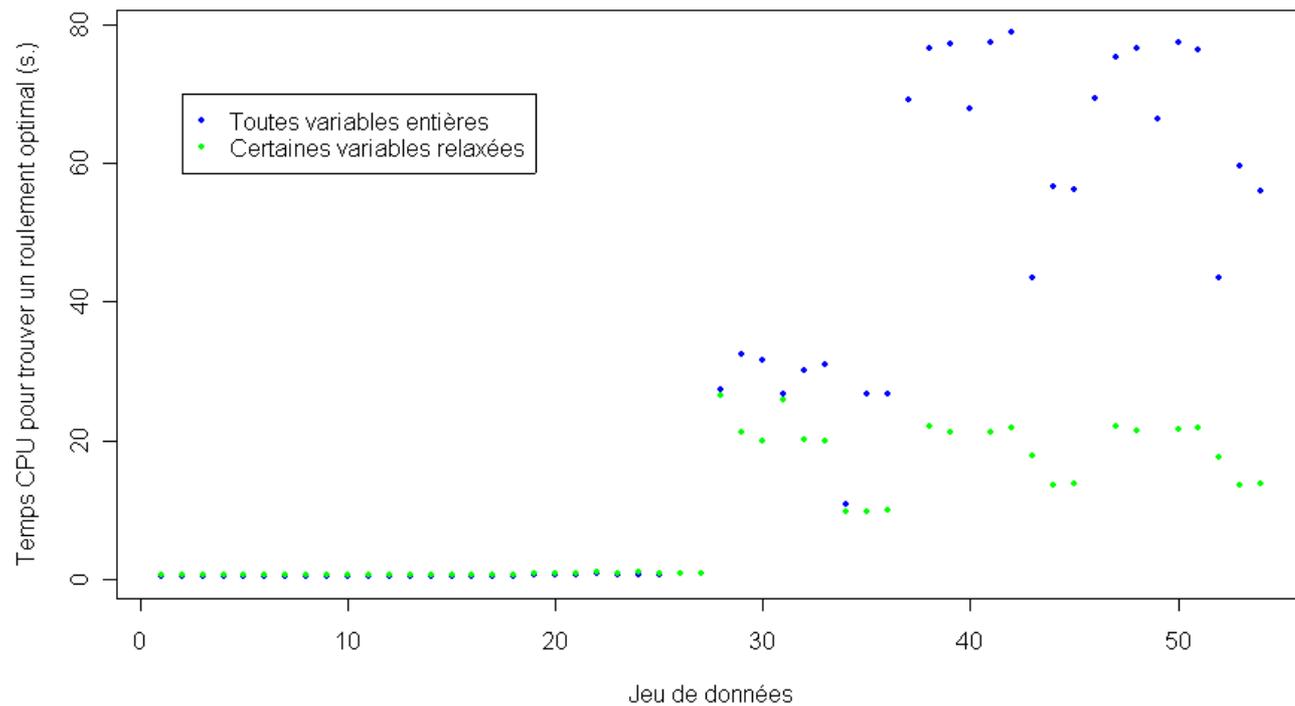
- Relaxation de variables entières dans la formulation à base de variables journ.
 - Certaines variables définies comme réelles mais prenant uniquement des valeurs entières
- Introduction de coupes dans la formulation à base de patrons hebdo.
 - Coupe sur la répartition des weekends et Samedi/Dimanche de repos consécutifs
 - Coupe sur le nombre de jours couverts par les agents de réserve
 - ...

Exemple d'inégalité valide

- Coupe sur la répartition des weekends de repos
 - Ex: générer un roulement de 4 cycles comportant 9 weekends de repos
 - 9 n'est pas un multiple de 4
 - ⇒ le nombre de weekends ne peut pas être égal à chaque cycle
 - ⇒ $\text{diffMinMaxWkend} \geq 1$

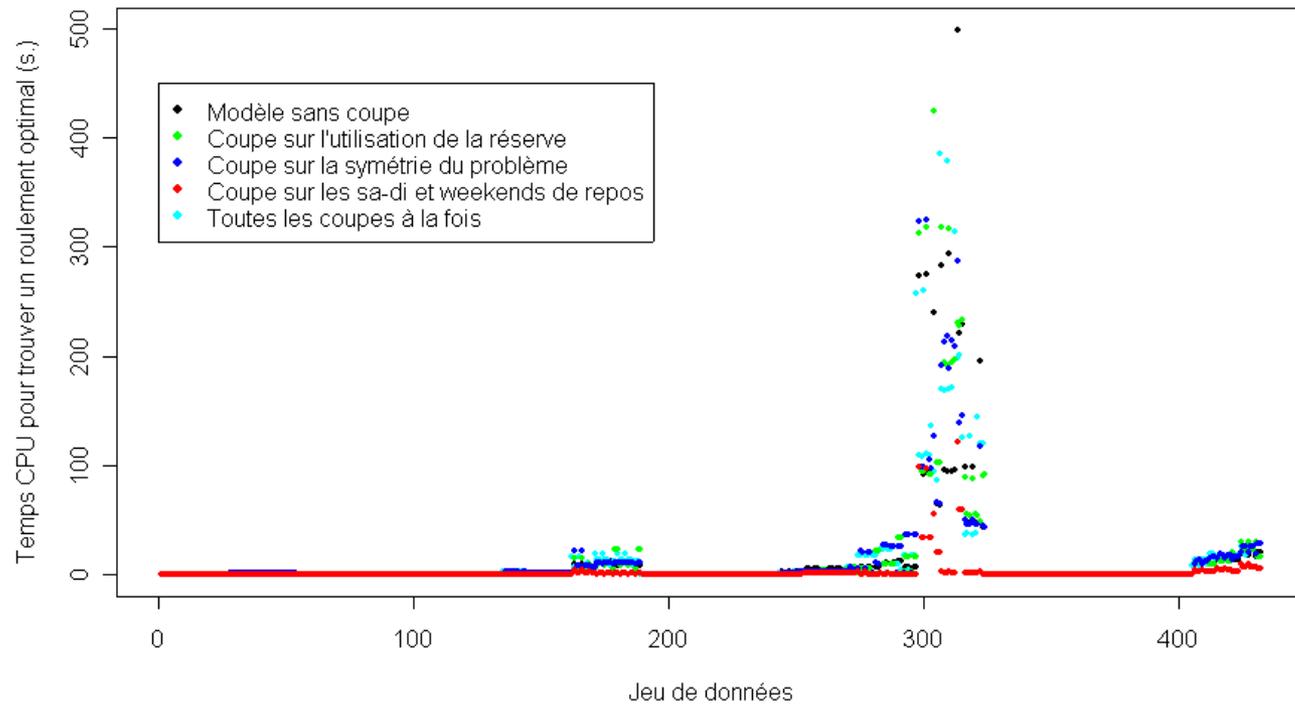
Résultats

Temps de calcul avec la formulation à base de variables journalières



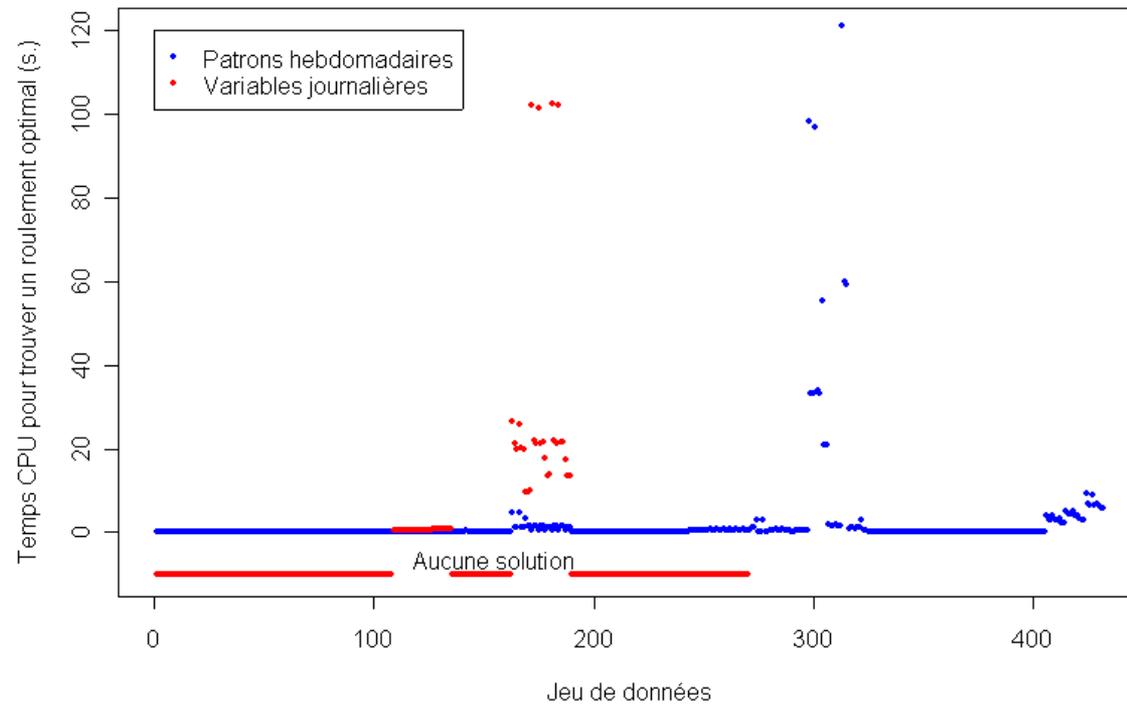
Résultats

Temps de calcul avec la formulation à base de patrons hebdomadaires



Résultats

Comparaison des temps de calcul des deux formulations



Résultats

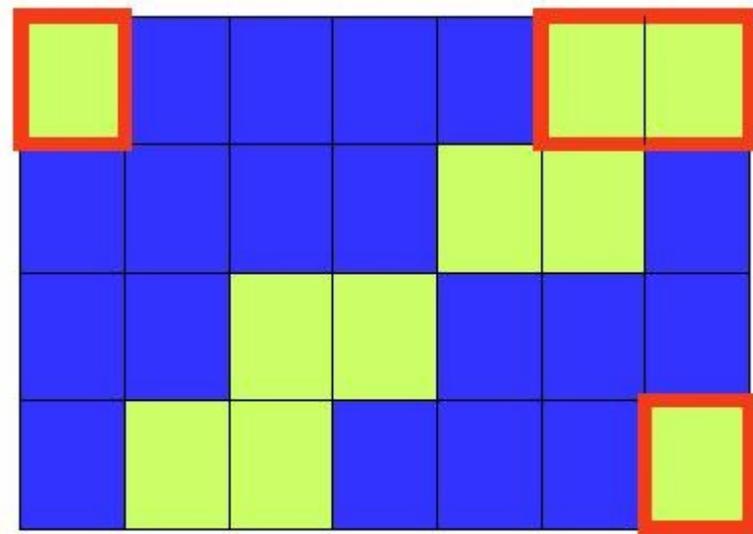
- Formulation à base de patrons hebdomadaires:
 - Temps de calcul moyens / longueur des roulements
 - 4 semaines: 0,09 s.
 - 6 semaines: 0,12 s.
 - 8 semaines: 0,72 s.
 - 9 semaines: 0,13 s.
 - 10 semaines: 0,34 s.
 - 12 semaines: 11,48 s.
 - 16 semaines: 1 022,64 s.
 - 20 semaines: 1 640,15 s.

Résultats

- Formulation à base de patrons hebdomadaires:
 - Temps de calcul moyens / nombre de cycles
 - 2 cycles: 0,34 s.
 - 3 cycles: 0,15 s.
 - 4 cycles: 304,83 s.
 - 8 cycles: 5 108,80 s.
 - ✂ → tendance **exponentielle** par rapport
 - à la longueurs des roulements
 - au nombre de cycles

Remarques

- La validité d'un roulement dépend de la formulation
- Exemple :



Off-day

Workday

Pratique des modèles

| | Formulation variables journalières | Formulation patrons hebdomadaires |
|--|---|--|
| Obtenir des roulements “prêts à l’emploi” (sans instantiation manuelle) | Oui | Non |
| Comparer des roulements | Pas adaptée | Oui |
| | Pas adaptée | Oui |
| Planifier du personnel sur n plages horaires | Non | Oui |

Un prototype industriel en utilisation

ACRAS - version test - Microsoft Internet Explorer

Fichier Edition Affichage Favoris Outils ?

Précédente Suivante Arrêter Actualiser Démarrage Rechercher Favoris Historique Courrier Imprimer Edition Discuter

Liens Google Adresse <http://rt1176.dr.sncf.fr:8080/acras/index.jsp> OK

Google Recherche Web Fenêtres pop-up autorisées sur le site Options



Bienvenue sur le prototype d'ACRAS, l'outil d'Aide à la Conception de Roulements pour les Agents Sédentaires de la SNCF, développé par la Direction de la Recherche et de la Technologie. Pour accéder à l'aide cliquez [ici](#).
Pour toute remarque ou suggestion, vous pouvez nous envoyer un [e-mail](#).

Les champs ci-dessous vous permettent de définir le roulement à générer, ou d'afficher le résultat d'un calcul effectué précédemment.

Si vous voulez afficher un roulement déjà généré pour un problème que vous avez défini, entrez le numéro de requête qui vous a été donné :

Sinon, indiquez :

- le nombre minimal annuel de jours de repos :
- le nombre minimal annuel de dimanches de repos :
- le nombre minimal annuel de weekends de repos :
- le nombre de semaines dans un cycle (correspondant à la largeur du tableau de roulement) :
- le nombre de plages horaires :
- la grille des besoins au format proposé ci-contre :

Démarrer Boîte de ré... WinEdt [...] D:\MS Thesis M:\EJOR Microsoft P... Acrobat Re... Clipboard03... ACRAS - ... Internet 15:26

Un prototype industriel en utilisation

ACRAS - version test - Microsoft Internet Explorer

Echier Edition Affichage Favoris Outils ?

Précédente Suivante Arrêter Actualiser Démarrage Rechercher Favoris Historique Courrier Imprimer Edition Discuter

Liens Google Adresse http://rt1176.dr.sncf.fr:8080/acras/Confirmation.jsp

Google Recherche Web Fenêtres pop-up autorisées sur le site Options

Grille des besoins:

| Lundi | Mardi | Mercredi | Jeudi | Vendredi | Samedi | Dimanche |
|-------|-------|----------|-------|----------|--------|----------|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

A partir de ces données, le logiciel a calculé un certain nombre de paramètres qui serviront pour la conception d'un roulement. Si les valeurs proposées ne vous conviennent pas, vous pouvez en saisir d'autres et examiner la projection sur 52 semaines (retour aux valeurs proposées en cliquant sur "Réinitialiser tous les paramètres"). Pour accéder à l'aide cliquez [ici](#).

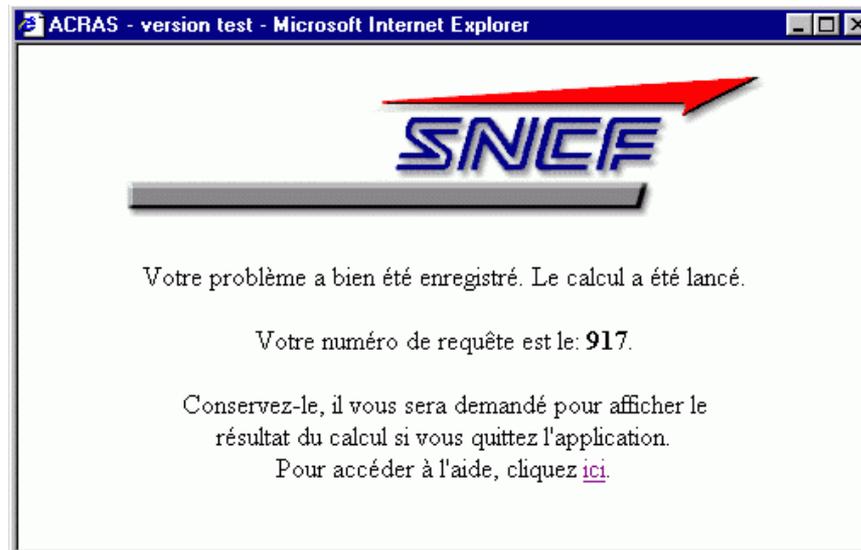
- Nombre d'agents

| | Sur le roulement | Projection sur 52 semaines |
|----------------------------|---------------------------------|-------------------------------------|
| - Nombre de jours de repos | <input type="text" value="19"/> | <input type="text" value="123.50"/> |
| - Nombre de dimanches | <input type="text" value="4"/> | <input type="text" value="26.00"/> |
| - Nombre de weekends | <input type="text" value="2"/> | <input type="text" value="13.00"/> |

Terminé Internet

Démarrer ACRAS - ... WinEdt ... D:\MS T... M:\EJOR Microsoft ... Acrobat ... Clipboard... ACRAS... Start Apa... ACRAS - ... 15:32

Un prototype industriel en utilisation



Un prototype industriel en utilisation

ACRAS - version test - Microsoft Internet Explorer

Précédente Suivante Arrêter Actualiser Démarrage Rechercher Favoris Historique Courrier Imprimer Edition Discuter

Adresse <http://rt1176.dr.sncf.fr:8080/acras/ResultatRequete.jsp>

Google Recherche Web Fenêtres pop-up autorisées sur le site Options



Voilà le roulement généré par ACRAS :

| Lu | Ma | Me | Je | Ve | Sa | Di | Lu | Ma | Me | Je | Ve | Sa | Di | Lu | Ma | Me | Je | Ve | Sa | Di | Lu | Ma | Me | Je | Ve | Sa | Di |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ |
| ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ |
| ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ |
| ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ |
| ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ |
| ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ |
| ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ |

Appels à l'équipe de réserve :

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

■ : Jour de travail ■ : Jour de repos

Statistiques:

Terminé Internet

Démarrer Boîte de r... WinEdt ... D:\MS T... M:\EJOR Microsoft ... Acrobat ... Clipboard... ACRAS... Start Apa... acras.roul... 15:37

Un prototype industriel en utilisation

ACRAS - version test - Microsoft Internet Explorer

Fichier Edition Affichage Favoris Outils ?

Précédente Suivante Arrêter Actualiser Démarrage Rechercher Favoris Historique Courrier Imprimer Edition Discuter

Liens Google Adresse http://rt1176.dr.sncf.fr:8080/acras/ResultatRequete.jsp

Google Recherche Web Fenêtres pop-up autorisées sur le site Options

Appels à l'équipe de réserve :

0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 1

■ : Jour de travail ■ : Jour de repos

Statistiques:

| Critère | Dans le roulement | Sur 52 semaines | Vos paramètres |
|------------------------------|-------------------|-----------------|----------------|
| Nombre de jours de repos | 80 | 118.86 | 118 minimum |
| Nombre de dimanches | 15 | 22.29 | 22 minimum |
| Nombre de weekends | 10 | 14.86 | 12 minimum |
| Nombre de repos simples | 0 | 0.0 | - |
| Nombre de repos doubles | 34 | 50.51 | - |
| Nombre de repos triples | 4 | 5.94 | - |
| Nombre d'appels à la réserve | 10 | 104.0 | - |
| Nombre de GPT de 6 jours | 0 | 0.0 | - |
| Durée maximale sans dimanche | 8 semaines | - | - |

Ce roulement a été généré en 242 secondes.

Retour au menu principal

Terminé

Boîte de r... WinEdt ... D:\MS T... M:\EJOR Microsoft ... Acrobat ... Clipboard... ACRAS... Start Apa... acras.roul... 15:37

Premiers retours d'expérience

- **Satisfaction des utilisateurs**
 - Gain de temps
 - Qualité des roulements générés
- **Environ 500 roulements générés**
 - CPU > 1 h : 3 roulements
 - CPU > 10 mn : 7 roulements
 - CPU > 1 mn : 33 roulements
 - CPU > 10 s : 121 roulements

Axes de recherche envisagés

- Utiliser des patrons typés (jour de travail muni d'une amplitude) dans la formulation à base de patrons hebdo.
 - Production de roulements prêts à l'utilisation
- Utiliser des patrons plus longs (+ génération de colonnes)
 - Réduction des temps de calcul

Merci de votre attention!

- Des questions?

